

# КОНТРОЛЬ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТОВ

Воронов А.С., Пронин С.П.

Алтайский государственный технический университет, 656038, г. Барнаул, Россия

**Аннотация.** Предложен метод для контроля акустических параметров пьезоэлементов. Метод реализуется путем воздействия на пьезоэлемент сложного гармонического электрического сигнала, состоящего из суммы нескольких гармоник с последующей оптической регистрацией акустической реакции пьезоэлемента.

## Введение

Проблема исследования акустических параметров пьезоэлементов актуальна в силу возможности построения высокочувствительных датчиков на их основе для контроля вибрации, вязкости, уровня сыпучих материалов и т.д. [1]. Пьезоэлементы – достаточно изученная область, однако существующие теоретические модели для правильного их использования требуют точного знания различных характеристик пьезоэлемента. Предоставляемые производителями технические характеристики содержат существенные погрешности и не могут охарактеризовать акустические параметры пьезоэлемента в полном объеме. Как следствие, существенно усложняется процесс разработки схем преобразователей данных с пьезоэлемента, падает точность измерений. Предлагаемый метод решает проблему неопределенности акустических параметров. Метод может также быть использован для автоматического производственного контроля и отбраковки пьезоэлементов.

## Модель процесса измерения

Пьезоэлемент, как преобразователь “электрический сигнал – акустический сигнал” представляет собой линейную, стационарную систему в случае, если амплитуда поданного на него напряжения меньше напряжения насыщения и внешние влияющие факторы неизменны (температура, давление и т.д.). Спектральная функция колебаний пьезоэлемента  $\dot{H}(\omega)$  в таком случае полностью определяется спектральной функцией поданного на него напряжения и комплексным коэффициентом передачи самого пьезоэлемента [2, 4]:

$$\dot{H}(\omega) = \dot{U}(\omega)\dot{G}(\omega), \quad (1)$$

где  $\dot{U}(\omega)$  - спектр поданного на пьезоэлемент напряжения;  $\dot{G}(\omega)$  - комплексный коэффициент передачи пьезоэлемента. Функцию  $\dot{G}(\omega)$  можно рассматривать как комплексный, зависящий от частоты пьезомодуль пьезоэлемента для одной пространственной координаты. При этом модуль функции  $|\dot{G}(\omega)|$  представляет амплитудно-частотную характеристику (АЧХ), а  $\arg(\dot{G}(\omega))$  - фазо-частотную характеристику (ФЧХ)

пьезоэлемента. Таким образом,  $\dot{G}(\omega)$  определяет связь между акустическим колебанием и электрическим сигналом, поданным на пьезоэлемент.

Спектральную функцию  $\dot{H}(\omega)$  можно найти, применив прямое преобразование Фурье к функции колебаний пьезоэлемента от времени  $\Delta h(t)$ :

$$\dot{H}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta h(t) e^{-j\omega t} dt. \quad (2)$$

Аналогично определяется функция  $\dot{U}(\omega)$ :

$$\dot{U}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta u(t) e^{-j\omega t} dt, \quad (3)$$

где  $\Delta u(t)$  - функция напряжения, поданного на пьезоэлемент, от времени.

Таким образом, комплексный коэффициент передачи пьезоэлемента может быть найден как.

$$\dot{G}(\omega) = \frac{\dot{H}(\omega)}{\dot{U}(\omega)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Delta h(t) e^{-j\omega t} dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \Delta u(t) e^{-j\omega t} dt}. \quad (4)$$

Метод, реализующий определение комплексного коэффициента передачи по формуле (4), подразумевает подачу на пьезоэлемент известного сигнала  $\Delta u(t)$  и съем с пьезоэлемента функции колебаний  $\Delta h(t)$ .

Пьезоэлемент обладает обратимостью свойств, т.е. если на пьезоэлемент подать известную функцию перемещения, определяемую  $\Delta h_{изб}(t)$ , то, измерив выходное напряжение на пьезоэлементе  $\Delta u_{вых}(t)$ , получим аналогичное соотношение для комплексного коэффициента передачи:

$$\dot{G}(\omega) = \frac{\dot{U}_{вых}(\omega)}{\dot{H}_{изб}(\omega)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \Delta u_{вых}(t) e^{-j\omega t} dt}{\int_{-\infty}^{\infty} \Delta h_{изб}(t) e^{-j\omega t} dt}. \quad (5)$$

Формула (4) содержит общий принцип вычисления комплексного коэффициента передачи пьезоэлемента. Для практической реализации формулы (4) предложена оптоэлектронная система, блок – схема которой представлена на рисунке 1.

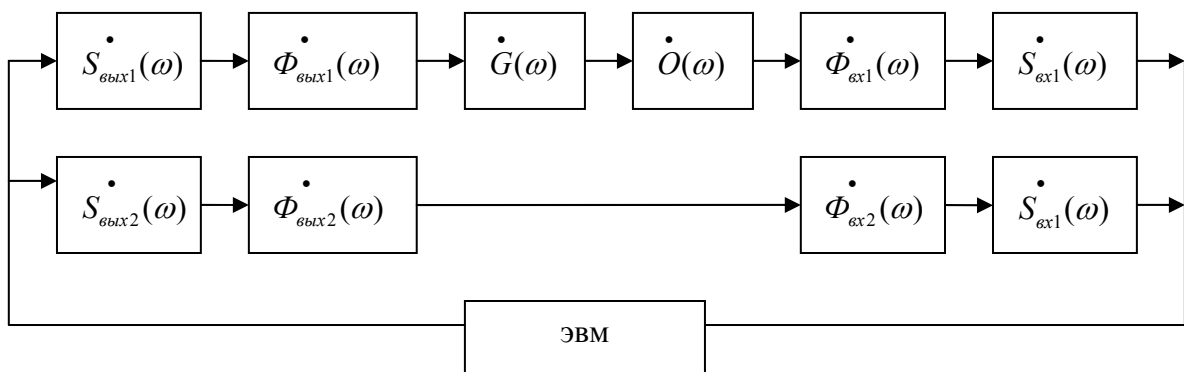


Рисунок 1 – Блок – схема оптоэлектронной системы

На рисунке 1 отражены следующие характеристики:  $\dot{S}_{вых1}(\omega)$ ,  $\dot{S}_{вых2}(\omega)$  - спектр сигнала, выдаваемого ЦАП1 и ЦАП2;  $\dot{S}_{вх1}(\omega)$ ,  $\dot{S}_{вх2}(\omega)$  - спектр сигнала на входе АЦП1 и АЦП2;  $\dot{\Phi}_{вых1}(\omega)$ ,  $\dot{\Phi}_{вых2}(\omega)$  - комплексный коэффициент передачи фильтров на выходе ЦАП1 и ЦАП2;  $\dot{\Phi}_{вх1}(\omega)$ ,  $\dot{\Phi}_{вх2}(\omega)$  - комплексный коэффициент передачи фильтров на входе АЦП1 и

АЦП2;  $\dot{G}(\omega)$  - комплексный коэффициент передачи пьезоэлемента;  $\dot{O}(\omega)$  - комплексный коэффициент передачи оптико-электронного преобразователя;

Такая система удобна при использовании АЦП с фильтром на входе и ЦАП с фильтром на выходе. Два идентичных канала позволяют избежать дополнительных вычислений за счет компенсации характеристик АЦП, ЦАП и соответствующих фильтров.

Согласно рисунку 1 вычисление комплексного коэффициента передачи пьезоэлемента выглядит следующим образом:

$$\dot{G}(\omega) = \frac{\dot{S}_{\text{ex1}}(\omega)}{\dot{S}_{\text{ex2}}(\omega)\dot{O}(\omega)} \cdot \frac{\dot{S}_{\text{вых2}}(\omega)\dot{\Phi}_{\text{вых2}}(\omega)\dot{\Phi}_{\text{ex2}}(\omega)}{\dot{S}_{\text{вых1}}(\omega)\dot{\Phi}_{\text{вых1}}(\omega)\dot{\Phi}_{\text{ex1}}(\omega)} \quad (6)$$

Поскольку сигнал на выходе обоих каналов одинаков  $\dot{S}_{\text{вых1}}(\omega) = \dot{S}_{\text{вых2}}(\omega)$ , и соответствующие фильтры идентичны  $\dot{\Phi}_{\text{вых1}}(\omega) = \dot{\Phi}_{\text{вых2}}(\omega)$ ,  $\dot{\Phi}_{\text{ex1}}(\omega) = \dot{\Phi}_{\text{ex2}}(\omega)$ , то формула (6) упрощается:

$$\dot{G}(\omega) = \frac{\dot{S}_{\text{ex1}}(\omega)}{\dot{S}_{\text{ex2}}(\omega)\dot{O}(\omega)} \quad (7)$$

Оптическая составляющая  $\dot{O}(\omega)$  в формуле (7) характеризует инертность оптико-электронного преобразователя [2]. Если на интересующем нас диапазоне частот  $\dot{O}(\omega) \approx 1$ , то имеет место безинерционный оптико-электронный преобразователь:

$$\dot{G}(\omega) = \frac{\dot{S}_{\text{ex1}}(\omega)}{\dot{S}_{\text{ex2}}(\omega)} \quad (8)$$

На рисунке 2 изображена блок-схема оптико-электронного преобразователя, который позволяет в задаваемой полосе частот получить  $\dot{O}(\omega) \approx 1$ .

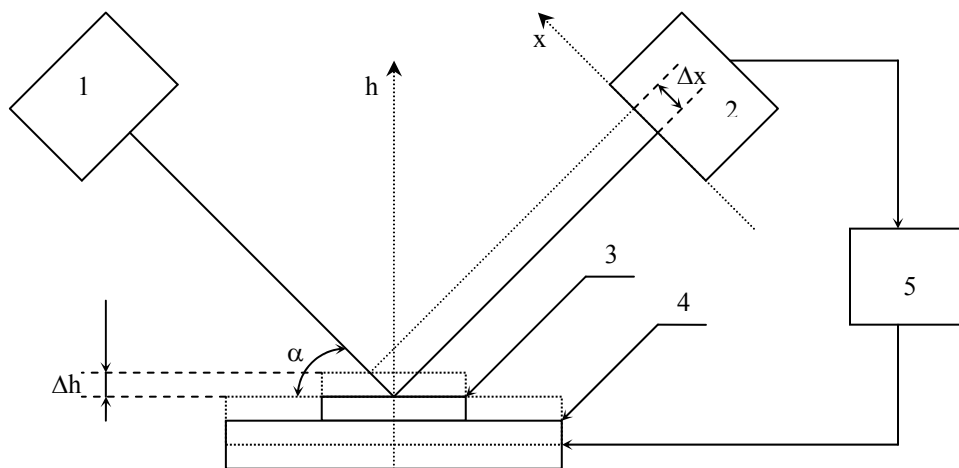


Рисунок 2. – Структурная схема оптико-электронного преобразователя

На рисунке 2 изображены: 1 – лазер; 2 – фотоприёмное устройство; 3 – зеркальная поверхность; 4 – пьезоэлемент; 5 – измерительный блок, включающий ЭВМ.

Примем, что в момент измерения система статична, тогда искомое изменение толщины пьезоэлемента  $\Delta h(t) = \Delta h$ . Зеркальная поверхность также смещается на величину  $\Delta h$ , что приводит к смещению центра лазерного луча на  $\Delta x$ . Зависимость между  $\Delta h$  и  $\Delta x$  определена формулой:

$$\Delta h = \Delta x \cdot \sin \alpha. \quad (9)$$

При колебании пьезоэлемента возможно также отклонение лазерного луча по оси  $y$ , которая перпендикулярна плоскости рисунка 2. Зависимость между отклонением поверхности зеркала и отклонением по оси  $y$  аналогична формуле (9):

$$\Delta l = \Delta y \cdot \sin \beta. \quad (10)$$

Известно [3], что плотность распределения интенсивности в основной моде лазерного луча определяется формулой :

$$\rho(x, y, \sigma_x, \sigma_y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right)}. \quad (11)$$

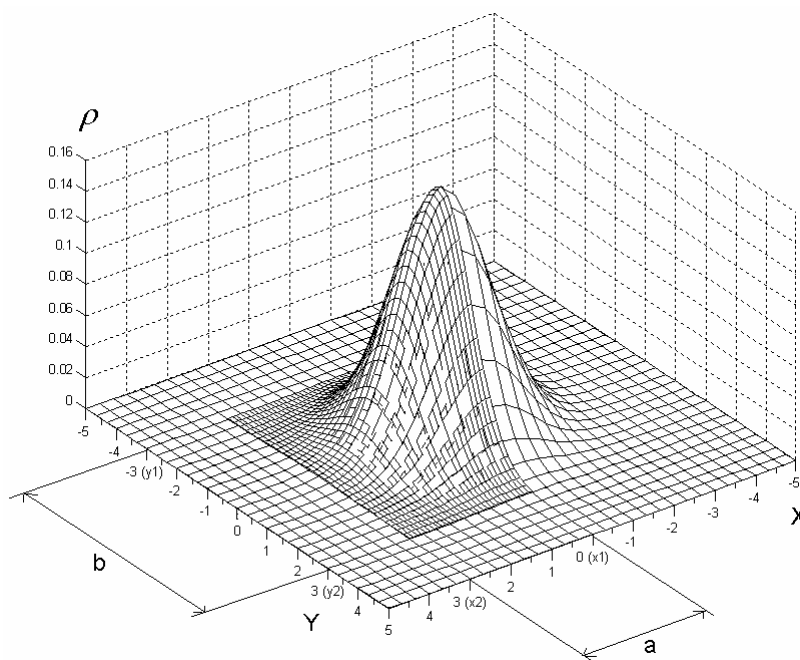


Рисунок 3. – График плотности распределения интенсивности лазерного луча

На рисунке 3 отображена плотность распределения интенсивности лазерного луча и размеры окна фотоприемника по оси  $X$  –  $a$  и по оси  $Y$  –  $b$ . Выделенная часть графика попадает в пределы окна.

Сигнал на выходе фотоприемника или интегральная интенсивность  $I$ , зависит от геометрических размеров окна фотоприемника ( $a$ ,  $b$ ), его положения ( $x_1$ ,  $x_2$ ,  $y_1$ ,  $y_2$ ), положения лазерного луча ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ), и параметров лазерного луча  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ . С точностью до постоянного множителя выходной сигнал может быть записан в виде математического выражения:

$$\begin{aligned}
I(x_1, x_2, y_1, y_2, \Delta x, \Delta y, \sigma_x, \sigma_y) &= \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\left(\frac{(x-\Delta x)^2}{2\sigma_x^2} + \frac{(y-\Delta y)^2}{2\sigma_y^2}\right)} dx dy = \\
&= \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{(x-\Delta x)^2}{2\sigma_x^2}} dx \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{(y-\Delta y)^2}{2\sigma_y^2}} dy = \\
&= \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \left[ \Phi\left(\frac{x_2 - \Delta x}{\sigma_x\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - \Delta x}{\sigma_x\sqrt{2}}\right) \right] \left[ \Phi\left(\frac{y_2 - \Delta y}{\sigma_y\sqrt{2}}\right) - \Phi\left(\frac{y_1 - \Delta y}{\sigma_y\sqrt{2}}\right) \right]. \quad (12)
\end{aligned}$$

Зададим параметры лазерного луча  $\sigma_x = 1$ ,  $\sigma_y = 1$ . Рассмотрим поведение функции  $I$  от остальных переменных с целью подбора такого их сочетания, которое обеспечило бы максимальную линейность изменения сигнала  $\Delta I$  от  $\Delta x$  и максимальную чувствительность к изменению параметра  $\Delta x$ , при минимальной чувствительности к изменению параметра  $\Delta y$ .

Проанализируем зависимость интегральной интенсивности  $I$  от пространственного смещения лазерного луча  $\Delta x$  и изменения пространственного положения правой границы окна фотоприемника  $x_1$  (см. рисунок 3). Зададим пределы изменения  $\Delta x$  от  $-\sigma_x$  до  $+\sigma_x$  и четыре значения  $x_1$ :  $x_1=0$ ,  $x_1=-\sigma_x$ ,  $x_1=-2\sigma_x$ ,  $x_1=-3\sigma_x$ . При этом левую границу окна фотоприемника  $x_2$  устанавливаем так, чтобы она не ограничивала световой поток. Математически это соответствует условию  $x_2 = +\infty$ . Считаем, что в процессе эксперимента вдоль оси  $y$  не происходят колебания лазерного луча, поэтому задаем  $\Delta y = 0$ , а ширина окна  $b$  по этой оси координат полностью пропускает световой поток, поэтому  $y_1 = -\infty, y_2 = +\infty$ . Результаты вычислений при заданных условиях представлены семейством графиков на рисунке 4. Как видно из семейства графиков, график при значении  $x_1 = 0$  имеет наибольшую линейность и наибольший тангенс угла наклона, что обеспечивает систему пренебрежимо малыми искажениями сигнала на ее выходе и высокой чувствительностью.

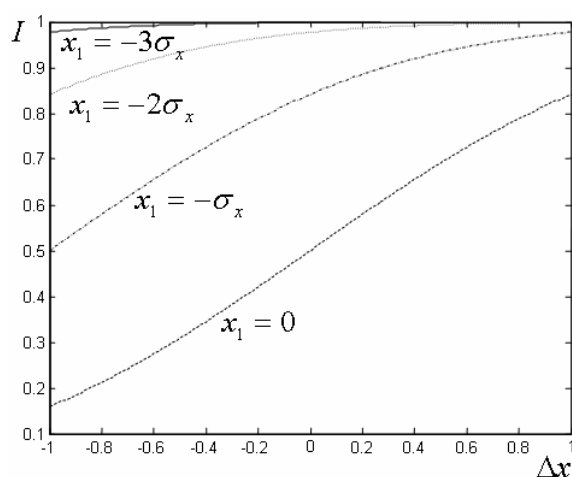


Рисунок 4. – Зависимость интегральной интенсивности  $I$  от  $\Delta x$  при различных значениях параметра  $x_1$

Проанализируем зависимость  $I$  от  $\Delta x$  при изменении  $\Delta x$  от  $-\sigma_x$  до  $\sigma_x$  и  $x_2$  от  $1 \cdot \sigma_x$  до  $5 \cdot \sigma_x$ , при этом  $x_1 = 0$ ,  $\Delta y = 0$ ,  $y_1 = -\infty, y_2 = +\infty$  (рисунок 5). Видно, что графики с  $x_2 < 3 \cdot \sigma_x$  имеют ярко выраженную нелинейность и малую по сравнению с  $x_2 = 3 \cdot \sigma_x$

чувствительность, а графики с  $x_2 \geq 3 \cdot \sigma_x$  сливаются в один, следовательно, значение  $x_2 = 3 \cdot \sigma_x$  наиболее подходит для практического применения.

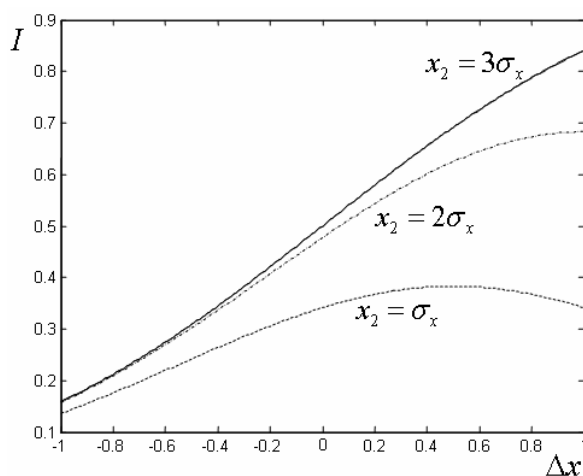


Рисунок 5. – Зависимость интегральной интенсивности  $I$  от  $\Delta x$  при различных значениях параметра  $x_2$

Проанализируем зависимость  $I$  от  $\Delta x$  при изменении  $\Delta x$  от  $-\sigma_x$  до  $\sigma_x$  для различных размеров  $b$  окна фотоприемника по оси  $y$ . Размер  $b$  меняется от  $1 \cdot \sigma_y$  до  $8 \cdot \sigma_y$ , при этом  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 \cdot \sigma_x$ ,  $\Delta y = 0$ ,  $y_1 = -\frac{b}{2}$ ,  $y_2 = +\frac{b}{2}$  (рисунок 6). Графики с размером  $b \geq 6$  сливаются в одну линию, а графики с  $b < 6$  имеют малую, по сравнению с  $b=6$  чувствительность к изменению параметра  $\Delta x$ . Следовательно, значение  $b = 6 \cdot \sigma_y$  целесообразно использовать на практике.

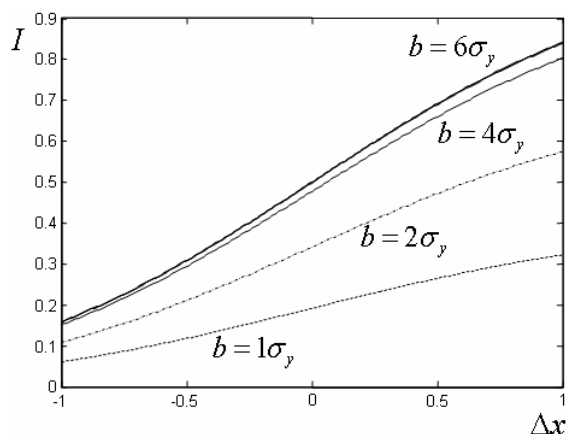


Рисунок 6. – Зависимость интегральной интенсивности  $I$  от  $\Delta x$  при различном размере  $b$  окна фотоприемника

Проанализируем зависимость  $I$  от  $\Delta y$  при изменении  $\Delta y$  от  $-\sigma_y$  до  $\sigma_y$  и параметра  $b$  от  $1 \cdot \sigma_y$  до  $8 \cdot \sigma_y$ , при этом  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 \cdot \sigma_x$ ,  $y_1 = -\frac{b}{2}$ ,  $y_2 = +\frac{b}{2}$  (рисунок 7). Наименьшей чувствительностью к изменению параметра  $\Delta y$  обладают графики с размером  $b \geq 6$ . Следовательно, значение  $b = 6 \cdot \sigma_y$  является оптимальным размером по критерию обеспечения системы максимальной чувствительностью.

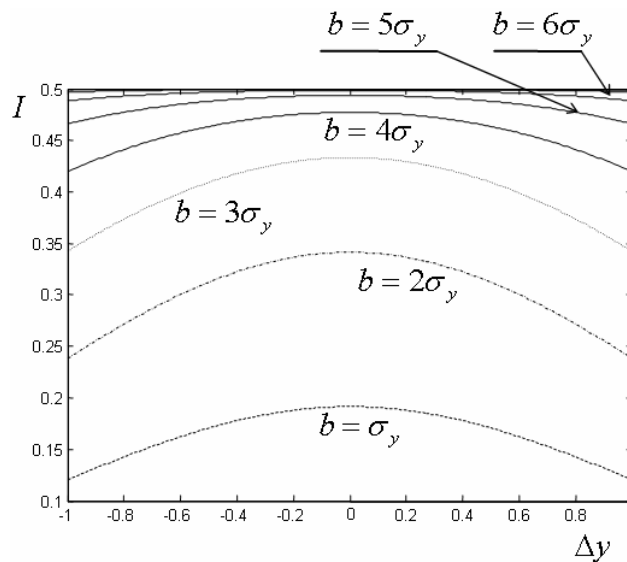


Рисунок 7. – Зависимость интегральной интенсивности  $I$  от  $\Delta y$  при изменении размера  $b$  окна фотоприемника

Таким образом, для практического применения целесообразно использовать сочетание следующих параметров  $-\frac{\sigma_x}{2} \leq \Delta x \leq \frac{\sigma_x}{2}$ ,  $\Delta y = 0$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 \cdot \sigma_x$ ,  $y_1 = -3 \cdot \sigma_y$ ,  $y_2 = 3 \cdot \sigma_y$ .

Этот набор параметров позволяет использовать линейную аппроксимацию. Максимальная погрешность аппроксимации не выше 2%. Для подбора коэффициентов был использован метод наименьших квадратов. На рисунке 8 отражен результат аппроксимации. Верхний график отображает зависимость функции  $I$  от  $\Delta x$  и зависимость аппроксимирующей функции  $L$  от  $\Delta x$ . На нижнем графике отображены отклонения значений функции  $L$  от значений функции  $I$ .

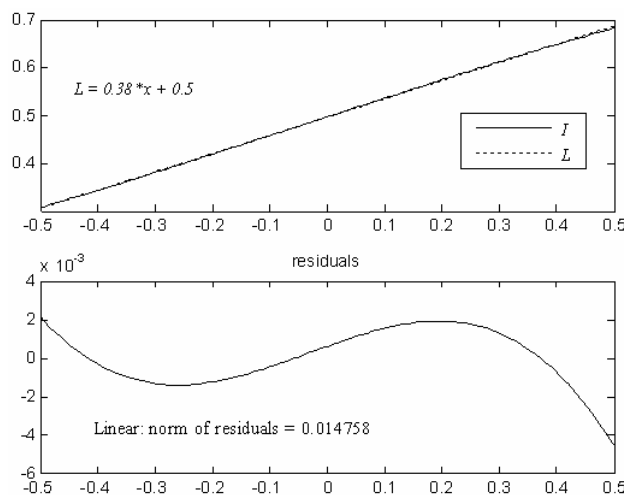


Рисунок 8. – Линейная аппроксимация функции  $I$  от  $\Delta x$

Можно также использовать кубическую аппроксимацию, тогда наиболее целесообразный набор параметров:  $-\sigma_x \leq \Delta x \leq \sigma_x$ ,  $\Delta y = 0$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 \cdot \sigma_x$ ,  $y_1 = -3 \cdot \sigma_y$ ,  $y_2 = 3 \cdot \sigma_y$ . Погрешность аппроксимации не превышает 0.7%. Погрешность линейной аппроксимации для этого набора параметров составляет 18%.

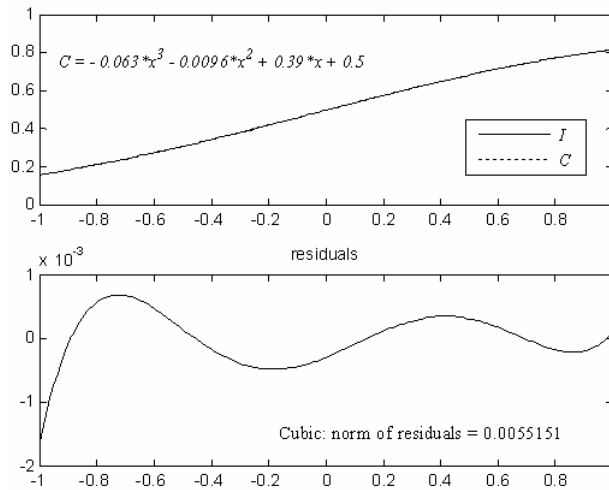


Рисунок 9. – Кубическая аппроксимация функции  $I$  от  $\Delta x$

На рисунке 9 отображен результат кубической аппроксимации функции  $I$ . На верхнем графике приведена зависимость исходной функции  $I$  от  $\Delta x$  и аппроксимирующей функции  $C$  от  $\Delta x$ . На нижнем графике отображены отклонения значений функции  $C$  от значений функции  $I$ .

При наборе параметров  $-\frac{\sigma_x}{2} \leq \Delta x \leq \frac{\sigma_x}{2}$ ,  $\Delta y = 0$ ,  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3 \cdot \sigma_x$ ,  $y_1 = -3 \cdot \sigma_y$ ,  $y_2 = 3 \cdot \sigma_y$  и использовании кубической аппроксимации погрешность аппроксимации не превышает 0,03%. Использование квадратичной аппроксимации нецелесообразно во всех рассмотренных случаях, т.к. она не приводит к существенному уменьшению погрешности по сравнению с линейной аппроксимацией.

Отклонение параметра  $\Delta y$  должно лежать в пределах  $-\frac{\sigma_y}{2} \leq \Delta y \leq \frac{\sigma_y}{2}$ , такое отклонение приведет к ошибке не более 2% (рисунок 10 а). Если отклонение  $\Delta y$  будет в пределах  $-\sigma_y \leq \Delta y \leq \sigma_y$ , то ошибка составит 12% (рисунок 10 б).

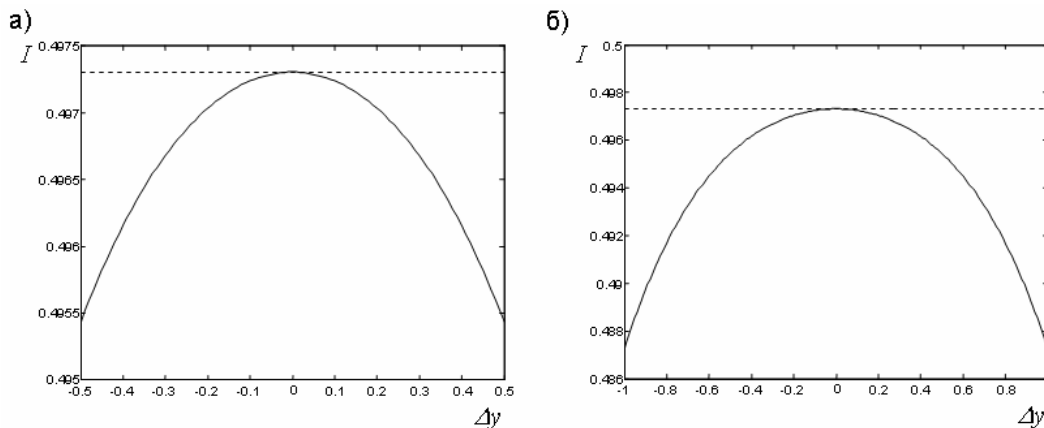


Рисунок 10. – Зависимость изменения интегральной интенсивности  $I$  от смещения лазерного луча  $\Delta y$

На рисунках 10 а, б отображена зависимость функции  $I$  от  $\Delta y$ , при  $-\frac{\sigma_y}{2} \leq \Delta y \leq \frac{\sigma_y}{2}$  (а) и  $-\sigma_y \leq \Delta y \leq \sigma_y$  (б). Пунктирной линией обозначено значение функции  $I$  при  $\Delta y = 0$ .



## Экспериментальные исследования

Экспериментальные исследования были выполнены на измерительной установке, структурная схема которой изображена на рис 1. В качестве источника света использовался полупроводниковый лазер с длиной волны 655нм и мощностью 5 мВт. При помощи денситометра были определены параметры пространственного распределения интенсивности  $\sigma_x = 2$  мм и  $\sigma_y = 1$  мм. На рисунке 11 приведена структурная схема фотоприемного устройства (ФПУ).

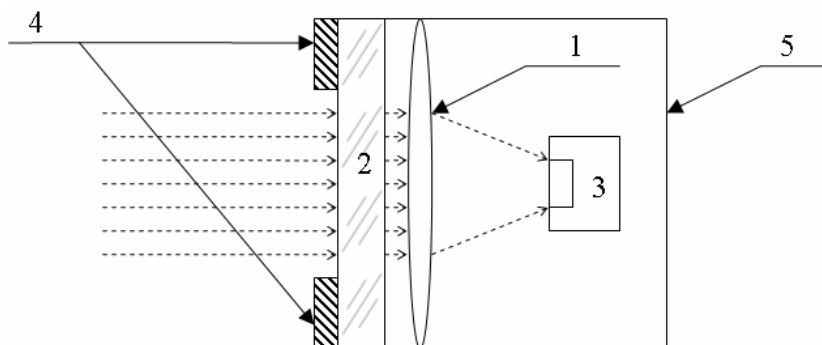


Рисунок 11. – Структурная схема фотоприемного устройства

ФПУ включает: 1 – линзу; 2 – матовое стекло; 3 – фотодиод ФД-К-155; 4 – заслонки, регулирующие размеры окна ФПУ; 5 – светонепроницаемый, экранированный корпус.

Фотодиод включен по схеме, которая выполняет функцию наноамперметра переменного тока. Она приведена на рисунке 12.

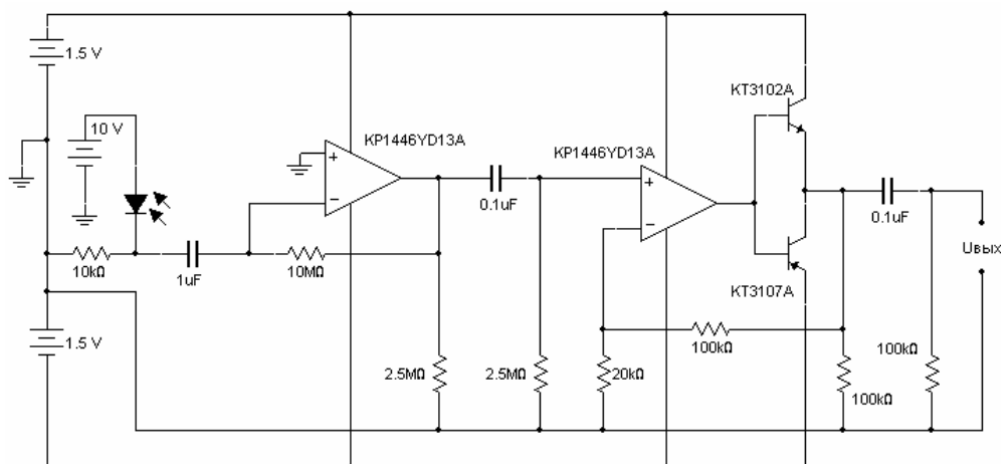


Рисунок 12. – Схема включения фотодиода

Для экспериментального определения зависимости амплитуды измеряемого сигнала от размеров окна ФПУ был использован пьезоэлемент ЗПЗ. При помощи MatLab 7.0 и аудио карты RealTek AC'97 Audio был сгенерирован тестовый сигнал (синусоида с частотой 2298 Гц) и обработаны результаты измерений. Амплитуда измеренного сигнала была нормализована. Результаты измерений представлены на рисунке 13. Пунктирной линией обозначены результаты моделирования для соответствующих размеров. Видно, что экспериментальные данные достаточно мало отличаются от модели, что позволяет использовать на практике результаты моделирования.

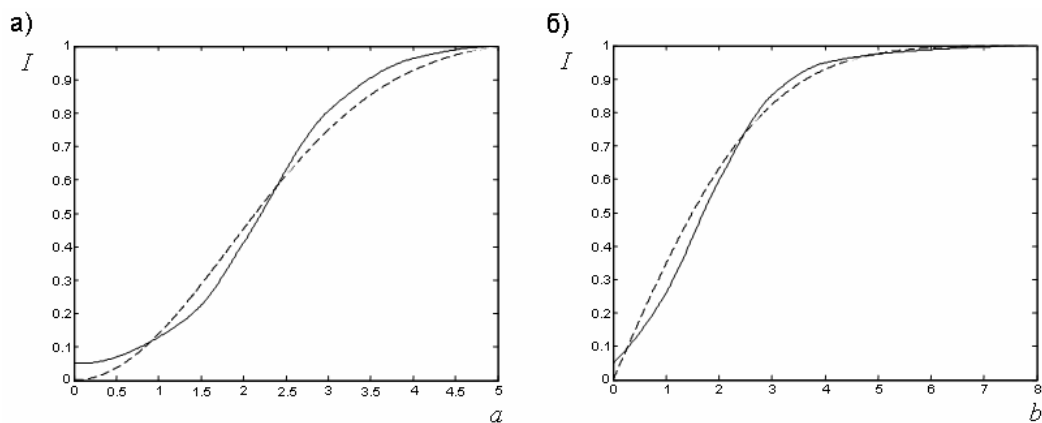


Рисунок 13. – Зависимость амплитуды измеренного сигнала от размеров окна ФПУ:  
 а – зависимость от размера  $a$ ; б – зависимость от размера  $b$ .

После определения оптимального размера окна фотоприемника был измерен комплексный коэффициент передачи для трех пьезоэлементов ЗПЗ. Для этого на каждый пьезоэлемент был подан сложный гармонический сигнал, состоящий из 150 частот в диапазоне от 600 Гц до 5000 Гц с шагом в 43 Гц. Время тестового сигнала составляет одну секунду. Шаг по частоте был выбран исходя из паспортных данных пьезоэлементов, гарантирующих отклонение резонансной частоты не более 50 Гц от указанной. Для этого шага хорошо подходит размер в 1024 выборки. Сетка выдаваемых частот в точности соответствует сетке Фурье – частот. Ответный сигнал был подвергнут преобразованию Фурье для получения комплексного коэффициента передачи. Размер сигнала позволяет осуществить усреднение на каждой частоте по 43 элементам, что практически полностью устраняет шумы. Результаты измерений в виде АЧХ и ФЧХ представлены на рисунке 14. Видно, что пьезоэлементы имеют существенный разброс характеристик, при этом сохраняется соответствие паспортным данным.

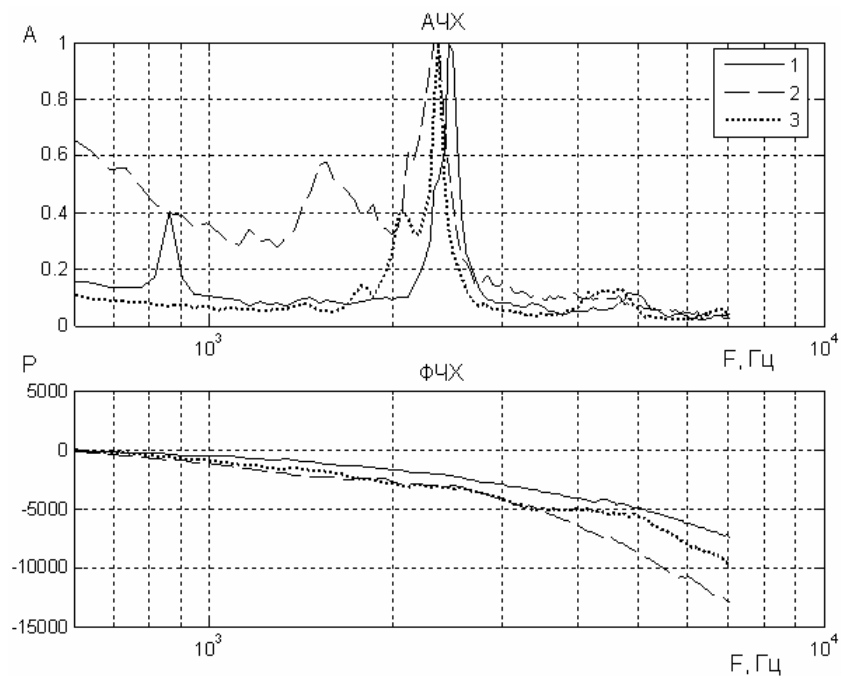


Рисунок 14. – АЧХ и ФЧХ для трех элементов ЗПЗ

## Литература

1. Седалищев В.Н. Пьезорезонансные датчики на связанных колебаниях // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика, 2005. – №11. – С.41.
2. Мирошников М.М. Теоретические основы оптико-электронных приборов. Учебное пособие для вузов. – Л., «Машиностроение» (Ленингр. отд-ние), 1977. – 600 с. с ил.
3. Климков Ю.М. Основы расчета оптико-электронных приборов с лазерами. – М.: Сов. радио, 1978. – 264 с.
4. А.Б. Сергиенко Цифровая обработка сигналов. – Питер: СПб., 2003. – 604 с.