

# ИЗМЕРЕНИЕ РАЗНОСТИ ФАЗ СИГНАЛОВ

Воронов А.С.

Алтайский государственный технический университет, 656038, г. Барнаул, Россия

**Аннотация.** Предложен оптимизированный для цифровой реализации метод для измерения разности фаз сигналов в присутствии шумов.

Задача измерения разности фаз может быть решена многими способами: осциллографическим, методом компенсации фазы, методом преобразования интервала времени в напряжение [1, 2, 3], цифровым методом подсчета количества импульсов [2], методом измерения фазы с преобразованием частоты [3], квадратурным методом измерения фазового сдвига [4, 5], синхронным детектированием [1], методом преобразования Фурье с последующим извлечением фазовой составляющей [6, 7], использованием связи между амплитудо-частотной и фазо-частотной характеристиками посредством преобразования Гилберта для минимально – фазовых цепей [7]. Однако все перечисленные методы обладают следующими недостатками:

- точность методов сильно падает при измерении разности фаз зашумленных сигналов, это особенно актуально для метода, использующего преобразование Фурье: в некоторых случаях он практически не способен восстановить фазу зашумленного сигнала;
- все методы, кроме преобразования Фурье, не оптимальны при цифровой реализации. Предлагаемый метод устраняет перечисленные недостатки.

Зададим два сигнала:  $s_1=A_1\sin(\omega t+\varphi_1)$  – тестовый сигнал, получаемый из измерительной цепи, и  $s_2=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$  – образцовый сигнал. Целью анализа является получение разности фаз  $\varphi_1-\varphi_2$  между тестовым и образцовым сигналами. Перемножим сигналы:

$$s_1s_2 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1) A_2 \cos(\omega t + \varphi_2) = \frac{1}{2} A_1 A_2 [\sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2)].$$

В результате перемножения получен синус разности фаз и колебание на удвоенной частоте по сравнению с основной частотой сигналов. Метод синхронного детектирования предполагает для перемножения использовать два синусоидальных или косинусоидальных сигнала [1]. Такой подход не оптимален, т.к. в результате, получается косинус разности фаз, что, в силу четности косинуса, не позволяет восстановить знак разности. Синус – функция нечетная, следовательно, знак разности не теряется.

Классическим методом избавления от колебания на удвоенной частоте является использование НЧ фильтра [1, 4, 5]. НЧ фильтрация хорошо себя проявляет при аналоговой обработке. Для цифровой же обработки сигнала вместо НЧ фильтра удобнее применить усреднение. Таким образом:

$$\overline{s_1s_2} = 0.5 A_1 A_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{0.5 A_1 A_2}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \sin(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) dt \approx 0.5 A_1 A_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2),$$

т. к. для отрезка сигнала,  $\Delta t \gg T$

$$\int_0^{\Delta t} \sin(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2) dt \approx \int_0^T \sin(2\omega t) dt = 0.$$

Следовательно, разность фаз определяется как:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \arcsin\left(2 \frac{s_1 s_2}{A_1 A_2}\right). \quad (1)$$

Это соотношение позволяет восстановить разность фаз со знаком в диапазоне  $(-\frac{\pi}{2} \dots +\frac{\pi}{2})$ . Как видно из формулы (1), необходимо знать амплитуды  $A_1$  и  $A_2$ . Вычисление амплитуд произвести не сложно: необходимо усреднить по модулю гармонический сигнал и умножить на  $\frac{\pi}{2}$ .

$$s_{1cpмод} = \frac{A_1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} |s_1| dt = \frac{A_1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} |\sin(\omega t + \varphi_1)| dt, \text{ для } \Delta t \gg T$$

$$\frac{A_1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} |\sin(\omega t + \varphi_1)| dt \approx \frac{2A_1}{T} \int_0^{T/2} \sin(\omega t) dt = \frac{2A_1}{T} \left( \frac{1}{\omega} \cos(0) - \frac{1}{\omega} \cos(\pi) \right) = \frac{2A_1}{\pi}, \text{ следовательно:}$$

$$A_1 = \frac{\pi s_{1cpмод}}{2}. \quad (2)$$

Соотношение (2) как и (1) выполняется тем точнее, чем больше  $\Delta t$  по сравнению с  $T$ . Для  $A_2$  амплитуда восстанавливается аналогичным образом. Усреднение, использованное в формулах (1) и (2) позволяет оценивать разность фаз даже для сильно зашумленного сигнала, что является существенным преимуществом перед другими методами. В MatLab восстановление разности фаз двух сигналов по данному методу может быть записано всего одной строкой:

$$\text{delta\_phase} = \text{asin}(2 * \text{mean}(s1 .* s2) / (\text{mean}(\text{abs}(s1)) * \text{mean}(\text{abs}(s2)) * \text{pi}^2 / 4)),$$

что приводит к наименьшим вычислительным затратам. Следовательно, данный метод хорошо подходит для цифровой реализации.

### Литература

1. Клаассен К.Б. Основы измерений. Электронные методы и приборы в измерительной технике. Москва: Постмаркет, 2000. – 352 с.
2. Ю.С. Гаврилов, А.С. Еременко, Л.Ю. Зубелевич, А.В. Келин, В.М. Коневских, Б.Н. Лозинский, И.И. Мельниченко, А.Н. Стельмашенко Справочник по радио-измерительным приборам. Москва: «Энергия», 1976. – 624 с. с ил.
3. Г.М. Терешин Радио-измерения. М: «Энергия», 1968. – 400 с. с. ил.
4. Применение интегральных микросхем: Практическое руководство. В 2-х кн. Кн. 1. Пер. с англ. /Под ред. А. Уильямса. – М.: Мир, 1987. – 432 с., ил.
5. Грабовски Б. Краткий справочник по электронике: Пер. с фр. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 416 с.: с ил.
6. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов. 2-е изд. – СПб.: Питер, 2006. – 751 с.: с ил.
7. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы : учеб. пособие для вузов / И.С. Гоноровский. 5-е изд., испр. и доп. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с. ил.