

ДВУХУРОВНЕВЫЙ АТОМ В РЕЗОНАНСНОМ ПОЛЕ – КРИТИЧЕСКИЕ ЗАМЕТКИ

Н.В.Бразовская, В.Е.Бразовский braz@agtu.secna.ru
Алтайский государственный технический университет им. И.И.Ползунова

Аннотация. Анализируется применимость некоторых представлений двухуровневого приближения в расчетах взаимодействия лазерного излучения с резонансной средой.

1. Введение

Квантовая оптика резонансных явлений (Cavity QED) – идеальное поле модельных исследований взаимодействия лазерного излучения с веществом. Действительно, используя стандартные методы для выбранного приближения можно получить систему нелинейных уравнений, описывающих взаимодействие лазерного излучения с резонансной средой, которые могут быть доведены до численного решения и сопоставления с соответствующими экспериментальными данными. С методической точки зрения привлекательность исследования взаимодействия системы двухуровневых атомов с резонансным излучением – возможность создать видимую логическую цепочку от исходных положений теории до вычисления эффекта, наблюдаемого экспериментально. С другой стороны, трудно представить себе другую область науки с таким изобилием физически некорректных положений, на основании которых проводятся теоретические исследования и по сей день.

Двухуровневое приближение использовано в большом числе работ. Мы рассмотрим некоторые из них [1-66]. Это далеко не полный список работ. Цель настоящей работы - дать краткий анализ обоснованности и применимости выбранных положений и представить по данным вопросам собственную точку зрения.

2. Двухуровневый атом

В квантовой электронике в резонансном случае допустимо принимать во внимание только два энергетических уровня молекулы или атома (в дальнейшем для простоты - атома), взаимодействующих с лазерным излучением [67]. Двухуровневое приближение строго ограничено следующими положениями.

Во-первых, используется дипольное приближение, при котором длина волны излучения много больше размеров атома. Во-вторых, используется приближение вращающейся волны (RWA), т.е. нерезонансные слагаемые отбрасываются как пренебрежимо малые. В-третьих, интенсивность лазерного излучения. С одной стороны, последняя должна существенно превышать спонтанное излучение, с другой стороны, не должно возникать расщепление энергетических уровней, что определяется следующим условием:

$$\frac{\mu E}{\hbar \Gamma} < 1, \quad (1)$$

здесь μ – матричный элемент дипольного момента перехода, резонансного излучению, E – напряженность электрического поля лазерного излучения, Γ – полуширина перехода.

Тогда гамильтониан системы электромагнитное поле + атом, с учетом указанных приближений, может быть записан следующим образом [2]:

$$H = H_f + H_a + V, \quad (2)$$

где H_f - энергия поля, H_a - энергия атома, возмущение - [67]:

$$V = -\mathbf{dE}, \quad (3)$$

Это - хорошая схема для дальнейшего квантового анализа различных реальных ситуаций. Далее следует ввести некоторые предположения для решения конкретных задач. Но эти предположения должны быть физически тщательно обоснованы.

3. Модель Джейнса-Каммингса

Первое положение, которое мы рассмотрим - так называемая модель Джейнса-Каммингса (Jaynes-Cummings) [55] (в некоторых работах - "гамильтониан Дике").

Обычно двухуровневая система представляется двухкомпонентной волновой функцией:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Тогда возмущение (3) представляют следующим образом:

$$V = -\mu \sigma E, \quad (5)$$

σ выражается в терминах матриц Паули:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Ранее мы указывали [68, 72], что представление двухуровневой системы двухкомпонентной волновой функцией с использованием матриц Паули для представления дипольного момента нельзя считать физически обоснованным. Действительно, выражение возмущения (5) содержит два вектора, и E - является полярным вектором, а σ - аксиальный вектор. Их произведение — псевдоскаляр, но энергия должна быть скаляром. Нетрудно сравнить два гамильтониана взаимодействия: для магнитного поля $g \sigma B$ (приводит к так называемым уравнениям Блоха, B - аксиальный вектор, описывающий магнитное поле) и электрического поля $\mu \sigma E$. Чем они отличаются математически? Вывод очевиден.

Существует утверждение, что матрицы Паули для описания двухуровневых атомов вводятся только для удобства и данная процедура не имеет никакого отношения к свойствам преобразования оператора вращения σ . Более того, введение матриц Паули не является обязательным.

Это действительно так. Большое число физических явлений может быть описано с помощью модели Джейнса-Каммингса. С другой стороны модель Джейнса-Каммингса безоговорочно применима только для эффектов первого порядка. Нельзя использовать эту модель для описания эффектов второго порядка. Для расчета последних необходимо представить гамильтониан в векторном виде, причем скалярное произведение должно давать именно скаляр, а не псевдоскаляр.

Мы предложили уравнение для описания двухуровневых атомов в резонансном поле, лишенное указанного недостатка [68]:

$$\left(-\frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial t} - c(\alpha p) + \mu(\alpha E) - \beta^1 \hbar \omega\right) \Psi = 0, \quad (7)$$

где используется обычный вектор α , который может быть написан, используя матрицы Паули:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

и β^1 следующим образом:

$$\beta^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Тогда общее решение последнего уравнения может быть записано следующим образом:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} \ell^{+i \frac{pr}{\hbar}}. \quad (10)$$

4. Сверхизлучение Дике

Имеется большое число работ, содержащих интересные экспериментальные и теоретические исследования, которые используют выражение «сверхизлучение Дике». Данная работа не ставит задачи анализировать все эти исследования. Обратим внимание только на исходное положение, данное Дике [1]: коллективное спонтанное излучение (сверхизлучение Дике) как корреляция спонтанных диполей, взаимодействующих за счет собственного поля излучения.

В объеме с размерами, меньшими длины волны $V < \lambda$ находится N идентичных двухуровневых атомов. Атомы взаимодействуют через общее поле излучения, причем в силу $r < \lambda$ выполняется следующее положение: если один атом испускает фотон, то все остальные находятся в его поле, т.е. с этим фотоном взаимодействуют все остальные атомы. Исследуется коллективное спонтанное излучение данной системы. Подчеркивается, что из рассмотрения исключаются такие явления как фотонное эхо, так как фотонное эхо создает корреляцию излучателей за счет внешнего импульсного излучения, а не за счет собственного спонтанного.

Рассмотрим реальность поставленной задачи с точки зрения квантовой теории. Исходное положение: каждое взаимодействие должно иметь такую характеристику как энергия, которая включена в нерелятивистский гамильтониан. Но обычно использование так называемого гамильтониана Дике не включает никакой межатомной энергии взаимодействия. Но если межатомная энергия отсутствует, то что означает выражение «взаимодействие через собственное поле излучения»? Еще один вопрос - какая теория в данном случае используется? Является ли это нелокальной теорией, если N атомов взаимодействуют одновременно? Но нелокальная теория пока не существует.

Квантовая теория поля рассматривает взаимодействие двух частиц как обмен между ними частицей другого вида. Элемент взаимодействия двух атомов заключается в следующем: один атом испускает фотон, а другой атом этот фотон поглощает. С этой точки зрения поставим следующий вопрос: могут ли два атома взаимодействовать на межатомных расстояниях r меньших длины волны за счет спонтанного излучения в реальной среде?

Вторая позиция: каждая среда имеет такую характеристику как усиление (или поглощение), характеризуемое коэффициентом k , согласно закону Бугера-Ламберта-Бэра:

$$I = I_0 \ell^{-kr}, \quad (11)$$

где I_0 – начальная интенсивность излучения, I – интенсивность излучения, прошедшего расстояние r в среде. Что это означает с использованием терминологии фотонов? Имеется некоторая

вероятность испускания (поглощения) фотона, даваемая коэффициентом Эйнштейна В. В среднем мы можем говорить, что фотон может быть поглощен (взаимодействует с другим атомом) только пройдя расстояние порядка $r=k^{-1}$ в среде. Для взаимодействия двух атомов за счет спонтанного излучения на расстоянии $r<\lambda$ нужно иметь среду, для которой параметр k превышает λ^{-1} . Для оптической области нужно иметь $k>100 \text{ см}^{-1}$. Является ли такой вариант реальным? Для большинства используемых в экспериментах активных сред параметр k не превышает значений $0,1 \div 1,0 \text{ см}^{-1}$. Но это - для взаимодействия двух атомов. Даже если мы будем иметь среду с $k\sim\lambda^{-1}$, то в этом случае из N атомов взаимодействуют между собой через поле излучения только два атома. Как быть с взаимодействием N атомов в модели Дике?

Третье положение. Казанцев и Сурдутович в 1969 году [69] с помощью квантовой теории поля показали: обмен атомов фотоном приводит к декорреляции их излучения, а не к корреляции!

Таким образом, "сверхизлучение Дике", как корреляция диполей за счет собственного спонтанного излучения, – ошибка. Правильное теоретическое описание ряда экспериментальных результатов, называемых в настоящее время «эффект Дике» – в будущем.

Последнее замечание. В работе [70] читаем: "Как было показано Дике, система двух двух-уровневых атомов может рассматриваться как общая система с четырьмя уровнями с измененными релаксационными параметрами. Такая модель может быть реализована в лаборатории с помощью охлажденных лазером атомов, где возможно наблюдение сверхизлучения и субизлучения." Как было показано выше, систему двух атомов нельзя рассматривать как отдельную систему с четырьмя уровнями.

5. Диполь-дипольное взаимодействие

В подавляющем большинстве работ, приведенных в списке литературы настоящей статьи, энергия диполь-дипольного взаимодействия атомов, находящихся в поле резонансного лазерного излучения, записывается с наличием слагаемых, пропорциональных r^{-3} и r^{-2} . Покажем, что это ошибочно.

Рассмотрим два атома во внешнем монохроматическом поле. Сначала используем классическую точку зрения и запишем дипольный момент атома следующим образом:

$$\mathbf{d}=\xi\mathbf{E} \quad (12)$$

где ξ – поляризуемость атома.

Электрическое поле диполя описывается выражением [75]:

$$\mathbf{E}_d = \left\{ \mathbf{d} \left(\frac{k^2}{r} + i \frac{k}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) - \mathbf{e}_r (\mathbf{e}_r \mathbf{d}) \left(\frac{k^2}{r} + 3i \frac{k}{r^2} - \frac{3}{r^3} \right) \right\} e^{ikr} \quad (13)$$

где $\mathbf{e}_r$ – единичный вектор в направлении вектора $\mathbf{r}$.

Энергия диполь-дипольного взаимодействия

$$U'(r) = -\mathbf{d}_2 \mathbf{E}_d \quad (14)$$

где $\mathbf{E}_d$ – электрическое поле первого диполя в точке расположения второго.

При использовании такого определения можно записать для энергии:

$$U'(r) = - \left\{ \mathbf{d}_2 \mathbf{d} \left(\frac{k^2}{r} + i \frac{k}{r^2} - \frac{1}{r^3} \right) - (\mathbf{e}_r \mathbf{d}_2)(\mathbf{e}_r \mathbf{d}) \left(\frac{k^2}{r} + 3i \frac{k}{r^2} - \frac{3}{r^3} \right) \right\} e^{ikr}. \quad (15)$$

Учтем, что оба диполя находятся на расстоянии $r < \lambda$. Это означает необходимость использовать принцип Гюйгенса-Френеля: электрическое поле в этой точке – суперпозиция всех вторичных источников исходной плоской волны, т.е. мы должны усреднить полученное выражение по всем возможным направлениям индуцированных диполей. Природа Принципа Гюйгенса-Френеля с квантовой точки зрения в нашем случае – принцип неопределенности.

Оба диполя равны друг другу и имеют одинаковые направления. Это означает, во-первых, $|\mathbf{d}_2| = |\mathbf{d}|$, и, во-вторых, что мы должны вычислять среднее как $\langle \mathbf{d} \mathbf{d}_2 \rangle$, а не $\langle \mathbf{d} \rangle \langle \mathbf{d}_2 \rangle$, как в приведенных в списке работах. Тогда, как нетрудно проверить, среднее значение принимает следующий вид:

$$\langle U'(r) \rangle = -\frac{2d^2 k^2}{3r} . \quad (16)$$

Наконец, следует учесть еще одно положение: два атома находятся на разных поверхностях постоянной фазы. Поэтому представляется естественным ввести учитывающий данное обстоятельство множитель $\text{Cos}(\mathbf{k}\mathbf{r})$. Окончательно запишем для энергии диполь-дипольного взаимодействия, индуцированного внешним лазерным полем:

$$U(r) = -\frac{2d^2 k^2}{3r} \text{Cos}(\vec{k} \vec{r}) . \quad (17)$$

Как нетрудно видеть, последнее выражение не содержит слагаемых r^{-2} и r^{-1} . Авторы работы [3] рассчитали диполь-дипольное взаимодействие используя квантовую теорию, но забыли провести усреднение по направлениям диполей и получили ошибочный результат.

С помощью представления (7) - (10) и квантовой теории поля [76] мы получили для энергии диполь-дипольного взаимодействия, индуцированного внешним лазерным полем следующее выражение [71 - 73]:

$$U = -\frac{\pi \mu^2 I_0 \beta}{12r(\Gamma_1^2 + \Delta_1^2)} (a \cos(kr) + b \sin(kr)) \exp \left\{ -kr \left| \frac{b - a \cdot \text{tg}(kr)}{a + b \cdot \text{tg}(kr)} \right| \right\} \cos(\vec{k} \vec{r}) , \quad (18)$$

где зависящие от частоты коэффициенты имеют вид $a = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2^2}{\Gamma_2^2 + \Delta_2^2}$;

$$b = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2 \Delta_2}{\Gamma_2^2 + \Delta_2^2} + (\Gamma_1 + \Gamma_2) \frac{(\Gamma_1 + \Gamma_2) \Delta_1 + \Gamma_1 (\Delta_1 - \Delta_2)}{(\Gamma_1 + \Gamma_2)^2 + (\Delta_1 - \Delta_2)^2} ;$$

здесь $\Delta_i = \omega_0 - \omega_i$; $\beta = \rho_2 - \rho_1$; ρ_2 и ρ_1 - плотности населенностей верхнего и нижнего уровней, Γ_1 и Γ_2 описывают константы затухания взаимодействующих атомов (они могут находиться в различных условиях), ω_0 - центральная частота поля лазерного излучения, ω_i - частота излучения i -го атома (они могут иметь различные скорости и, соответственно, различные частоты), I_0 - интенсивность лазерного облучения.

Мы использовали выражение (18) для вычисления фотоконденсации, оптической нелинейности двухуровневой среды для азотного лазера, лазера на неодимовом стекле, светоиндуцированного дрейфа [71-74].

Литература

1. Dicke R.H. Coherence in spontaneous radiation processes. // Phys.Rev. 1954. V. 93. P. 99-111.
2. L. Allen, and J. H. Eberly, Optical Resonance and Two-level Atoms, (Wiley, New York, 1975). For a more recent exposition see W. P. Schleich, Quantum Optics in Phase Space, (Wiley,Berlin, 2001).
3. Milonni P.W., Knight P.L. Retardation in the resonant interaction of two identical atoms // Phys. Rev. A. 1974. V. 10, B. 4. P. 1096-1108.
4. Jodoin R., Mandel L. Optimum conditions for superradiant damping. // Opt. Commun. 1975. V. 15, i. 2. – P.284-289.
5. Sec. C.T. Transition from incoherence to coherence in the spontaneous emission of extended system. // Phys.Rev.A: Gen.Phys. 1976. V. 13A, i. 4. – P. 1657-1659. Sec. B.C. The superradiant phase transition in the Dicke model. // J. Phys.A: Math. and. Gen. 1976. V. 9, i. 4. P. 573-580.
6. Gilmore R., Bowden C.M. Copled order-parameter treatment of the Dicke Hamiltonian. // Phys.Rev.A: Gen.Phys. 1976. V. 13A, i. 5. – P. 1897-1907.
7. Takeno S., Nagashima M., Sugimoto J. Coherent states and photon dynamics in the Dicke model. // J.Phys.Soc.Jap. 1976. V. 41, i. 3. P. 921-926.
8. Freilhoff Helen S. Collective atomic effects in resonance fluorescence: dipole-dipole interaction // Phys. Rev. A. 1979. V. A19, i. 3. P 1132-1139.
9. Ben-Reuven Abraham. Theory of two-atom coherence in gases. I. Master equations. // Phys. Rev.A: Gen.Phys. 1980. V. 22, i. 6. – P. 2572-2584.
10. Ben-Reuven Abraham. Theory of two-atom coherence in gases. II. Continuous-wave spectra.// Phys. Rev.A: Gen.Phys. 1980. V. 22, i. 6. – P. 2585-2597.
11. Macgillivray G.C., Feld M.S. Superradiance in atoms and molecules. // Contemp. Phys. 1981. V. 22, i. 3. P. 299-310.
12. Richter Th. Cooperative spontaneous emission from a single - quantum excited three - atom system // Annalen der Physik. 7 Folge. 1981. V. 38, B. 2. P. 106-122.
13. Agarwal G.S., Narducci L.M., Apostolidis E. Effect of dispersion forces in optical resonance phenomena // Optics communications. 1981. V. 36, i. 4. P. 285–290.
14. Ficek Z. Tanas R., Kielich S. Resonant fluorescence spectrum of two atoms, coherently driven by a strong resonant laser field // Optics communications. 1981. V. 36, B. 2. P. 121–126.
15. Zaidi H.R. Application of a diagram technique to the problem of resonance fluorescence from strongly driven two level atoms // Canadian J.Phys. 1981. V. 59, i. 6. P. 737-749.
16. Chel'tsov V.F. Cooperative states and resonance fluorescence.//Phys. Lett. 1981. V. A86, i. 4. P. 221-224.
17. Leonardi C., Peng G.S., Vaglica A. Beats in Dicke superradiant emission.// J.Phys.B: Atom. And Mol. Phys. 1982. V. 15, i. 21. – P. 4017-4028.
18. Griffin R.D., Harris S.M. Two - atom resonance fluorescence including the dipole - dipole interaction // Phys. Rev. A. 1982. V. 25, i. 3. P. 1528-1534.
19. Compagno G., Persico F. Theory of collective resonance fluorescence in strong driving fields. // Phys. Rev.A: Gen.Phys. 1982. V. 25, i. 6. – P. 3138-3168.
20. Chel'tsov V.F. Cooperative states and resonance fluorescence. III. // Phys. Lett. 1982. V. A89, i. 8. P. 387-389.
21. Mavroyanis Constantine. Cooperative and interference effects in the resonance fluorescence of two identical three-level atoms at high photon densities. // Physica. 1982. V. A110, i. 3. – P. 431-450.
21. Ficek Z., Tanas R., Kielich S. Squeezed states in resonance fluorescence of two interacting atoms // Optics communications. 1983. V. 46, i. 1. P. 23-26.
22. Ficek Z. Tanas R., Kielich S. Effect of interatomic interactions on resonance fluorescence of two atom coherently driven by strong resonant laser field // Optica acta. 1983. V. 30, i. 6. P. 713-731.
23. Benza V., Montaldi E., Ciffan M. Dynamical approach to superradiance through vacuum instability. // Lett. Nuovo cim. 1983. V. 36, i. 7. – P. 193-199.
24. Gross M., Haroche S. Superradiance: an essay on the theory of collective spontaneous emission. // Phys. Repts. 1983. V. 93, i. 5. – P. 301-396.
25. Zaidi H.R. Theory of resonance fluorescence from a gas of identical two level atoms // Canadian J.Phys. 1983. V. 61, i. 2. P. 220-227.

26. Wiegand M. Intensity correlations in resonance fluorescence from coupled two-level atoms // J. Phys. B: At. Mol. Phys. 1983. V. 16, i. 7. P. 1133-1158.
27. Richter Th. Cooperative spontaneous emission from an initially fully excited system of three identical two-level atoms // Annalen der Physik. 1983. V. 40, B. 4/5. P. 234-261.
28. Lee C.T. Threshold behavior of superradiance under continuous pumping. // Appl. Phys. Lett. 1983. V. 42, i. 4. P. 316-318.
29. Vogel W., Welsch D., Wodkiewicz K. Theory of resonance fluorescence in a fluctuating laser field. // Phys. Rev. A: Gen. Phys. 1983. V. 28, i. 3. – P. 1545-1559.
30. Stenholm Stig. Distribution of photons and atomic momentum in resonance fluorescence. // Phys. Rev. A: Gen. Phys. 1983. V. 27, i. 5. – P. 2513-2522.
31. Cummings F.W., Dorri Ali. On coherence in spontaneous emission. // Phys. Lett. 1983. V. A95, i. 5. P. 263-265.
32. Sung C.C., Bowden C.M. Sidebands in cooperative resonance fluorescence in collections of N three-level atoms in strong excitation laser fields. // Opt. Commun. 1983. V. 45, i. 4. P. 273-277.
33. Gordes J.G., Roberts W. Two - atom fluorescence spectrum with dipole interaction and finite detuning // Phys. Rev. A. 1984. V. 29, B. 6. P. 3437-3439.
34. Ficek Z. Tanas R., Kielich S. Analytical solutions for light absorption spectra of two driven atoms // J. Phys. B: At. Mol. Phys. 1984. V. 17, B. 8. P. 1491-1501.
35. Ficek Z. Tanas R., Kielich S. Photon antibunching and squeezing in resonance fluorescence of two interacting atoms // Phys. Rev. A. 1984. V. 29, B. 4. P. 2004-2011.
36. Ficek Z. Tanas R., Kielich S. Squeezed states in the transient regime of resonance fluorescence. // J. Opt. Soc. Amer. 1984. V. B1, i. 6. P. 882-886.
37. Chel'tsov V.F. Higher harmonics in cooperative resonance fluorescence. // Opt. Acta. 1984. V. 31, i. 10. P. 1101-1106.
38. Mavroyanis Constantine. Cooperative and interference effects in the resonance fluorescence of two identical three-level atoms at high photon densities. II. Numerical results. // Physica. 1984. V. A127, i. 3. – P. 407-421.
39. Leonardi C., Persico F., Vetri G. Dicke Model and Theory of Driven and Spontaneous Emission. // Rivista del Nuovo Cimento. 1986. V. 9, i. 4. P. 1-85.
40. Gordes J.G. The secular approximation with dipole - dipole interaction // J. Phys. B: At. Mol. Phys. 1987. V. 20, i. 7. P. 1433-1441.
41. Freilich H.S. Cooperative spontaneous emission by a fully inverted array of N atoms: small - sample limit // J. Phys. B: At. Mol. Phys. 1987. V. 20, B. 2. P. 285-293.
42. Mavroyanis Constantine. Cooperative and dipole-dipole effects in the fluorescent spectra of two identical three-level atoms at high photon densities. I. Stimulated one-photon processes. // Physica. 1987. V. A141, i. 1. – P. 249-276.
43. Mavroyanis Constantine. Cooperative and dipole-dipole effects in the fluorescent spectra of two identical three-level atoms at high photon densities. II. Stimulated three-photon processes. // Physica. 1987. V. A141, i. 3. – P. 277-294.
44. Bernabeu E., Sanches Soto L.L. // Resonance fluorescence from two-level atoms: Collective effects on squeezing. // Opt. Pura y apl. 1988. V. 21, i. 2. – P. 299-304.
45. S.-C. Gou, J. Steinbach and P.L. Knight Dark pair coherent states of the motion of a trapped ion // <http://xxx.lanl.gov/list/quant-ph/9604/9604010.pdf>
46. M.B. Plenio and P.L. Knight. The Quantum jump approach to dissipative dynamics in quantum optics // <http://xxx.lanl.gov/list/quant-ph/9702/9702007.pdf>
47. V. Vedral, M.B. Plenio, M.A. Rippin, P. L. Knight. Quantifying Entanglement // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/9702027> v1 11 Feb 1997
48. S. Bose, V. Vedral and P.L. Knight. A Multiparticle Generalization of Entanglement Swapping. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/9708004> v1 1 Aug 1997
49. S. Bose, P.L. Knight, M. Mura, M.B. Plenio and V. Vedral. Implementations of Quantum Logic: Fundamental and Experimental Limits. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/9712021> v1 10 Dec 1997
50. M. Mura and P.L. Knight. Decoherence in nonclassical motional states of a trapped ion. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/9803041> v1 16 Mar 1998

51. A. Beige, S.F. Huelga, P.L. Knight, M.B. Plenio, and R.C. Thompson. Coherent manipulation of two dipole-dipole interacting ions. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/9903059> 17 Mar 1999.
52. Almut Beige, Daniel Braun and Peter L. Knight. Driving Atoms Into Decoherence-Free States // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/9912004> v2 30 Jun 2000
53. S. Scheel, J. Eisert, P.L. Knight, and M.B. Plenio. Hot entanglement in a simple dynamical model. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0207120> v1 19 Jul 2002
54. Per K. Rekdal 1,a , Bo-Sture K. Skagerstam 2,b,c and Peter L. Knight. On the Preparation of Pure States in Resonant Microcavities. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0301148> v1 27 Jan 2003.
55. Marco Frasca. A modern review of the two-level approximation. // arXiv: [quant-ph/0209056](http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0209056) .
56. A. B. Klimov, 1 L. L. Sanchez-Soto, 2 A. Navarro, 1 and E. C. Yustas. Effective Hamiltonians in quantum optics: a systematic approach. // arXiv: [quant-ph/0209013](http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0209013) v1 2 Sep 2002.
57. Ho Trung Dung , Ludwig Knoell, and Dirk-Gunnar Welsch. Resonant dipole-dipole interaction in the presence of dispersing and absorbing surroundings. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0205056>.
58. Ho Trung Dung, Ludwig Knoell, Dirk-Gunnar Welsch. Resonant Energy Exchange between Atoms in Dispersing and Absorbing Surroundings. arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0207023>.
59. D.-G. Welsch, Ho Trung Dung, L. Knoell. Dipole-Dipole Coupling in the Presence of Dispersing and Absorbing Bodies. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0205192>.
60. S. Shelly Sharma and A. Vidiella-Barranco. Fast quantum logic gates with trapped ions interacting with external laser and quantized cavity field beyond the Lamb-Dicke regime. // arXiv: [quant-ph/0210113](http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0210113) .
61. Berthold-Georg Englert and Giovanna Morigi. Five Lectures On Dissipative Master Equations. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0206116>
62. Clive Emary and Tobias Brandes. Quantum Chaos Triggered by Precursors of a Quantum Phase Transition: The Dicke Model. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0207290>
63. P. Aniello, A. Porzio, and S. Solimeno. Evolution of the N -ion Jaynes-Cummings model beyond the standard rotating wave approximation. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0207151>
64. T.W. Chen, C.K. Law and P.T. Leung. Propagators of the Jaynes-Cummings model in open systems. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0201076>
65. A. Napoli, Xiang-ming Hu, A. Messina. Unitary reduction of the Liouville equation relative to a two-level atom coupled to a bimodal lossy cavity. // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0211015>
66. S.V. Prants, M. Edelman, G.M. Zaslavsky. Chaos and lights in the atom-photon interaction in cavity QED. // arXiv: [quant-ph/0210036](http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0210036)
67. Mandel L. Electric dipole interaction in quantum optics. // Phys.Rev.A. 1979. V.20, i.4. P. 1590-1592.
68. Brazovskaja N.V, Brazovsky V.Ye. Dirac-like equation for two-level atom // arXiv: <http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0301115>.
69. Казанцев А.П., Сурдутович Г.И. Квантовая теория лазера. // ЖЭТФ. 1969. Т. 56, в. 6. С. 2001.
70. L. Jakobczyk. Entangling two-level atoms by spontaneous emission // arXiv: [quant-ph/0204140](http://xxx.lanl.gov/pdf/quant-ph/0204140)
71. Бразовский В.Е., Орлов А.Н. Аномальный светоиндуцированный дрейф // Известия АН (Россия). Серия физическая. 1992. Т. 56, в. 8. С. 47-57.
72. Бразовская Н.В., Бразовский В.Е. Гамильтониан двухуровневой молекулы в поле лазерного излучения. // Вестник АлтГТУ.- 1999. №. 2. С. 119-129.
73. Brazovskaja N.V, Brazovsky V.Ye. Укорачивание импульсов в нелинейном усилителе // Квантовая электроника. 1986. Т. 13, в. 7. - С. 1401-1408.
74. Бразовская Н.В., Бразовский В.Е., Казарцев В.А. Преобразование формы импульса излучения в нелинейном усилителе // Оптика и спектроскопия.. 1998.- Т.85, № 3.- С. 468-471.
75. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля.- М.: Наука, 1967.- 460 с.
76. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Теоретическая физика. Т. 4. Квантовая электродинамика. - М.: Наука, 1989.- 724 с.