

ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ: КЛАССИЧЕСКИЙ И КВАНТОВЫЙ АСПЕКТЫ

Н.В.Бразовская, В.Е.Бразовский

Алтайский государственный технический университет им. И.И.Ползунова

Аннотация. Рассмотрены некоторые аспекты применения соотношения неопределенностей в области взаимодействия излучения с веществом. Предложена процедура корректировки при вычислении значений энергии взаимодействия в квантовой теории поля.

Введение

Электромагнитное поле оказалось тем камнем, о который в свое время споткнулась классическая механика – в вопросе о тепловом излучении. Создание лазеров с большой плотностью излучения – такое поле, несомненно, надо рассматривать как классическое – ставит ряд вопросов, отнести которые только к классической или только к квантовой теории оказывается затруднительным. В настоящей работе мы попытаемся проанализировать некоторые аспекты соотношения неопределенностей применительно к импульсному электромагнитному излучению и сделаем некоторые обобщения.

Классическая теория

Понятие фотона может быть введено с позиций классической теории как физического объекта, частицы, некоторого импульса, излучаемого атомом в одном акте перехода между двумя энергетическими уровнями.

1. Рассмотрим фразу "атом излучает фотон с энергией $\hbar\omega$, равной разности энергий уровней электронного перехода". Начнем с того, что фотона с точно такой энергией, т.е. $E=\hbar\omega$, существовать в принципе не может. Выясним почему, и что же существует или может существовать в действительности. Причем слова "в действительности" означают "в рамках существующей физической теории".

Классическая модель. Пусть атом излучает в течение времени τ отрезок синусоиды:

$$A=A_0\cos(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (1)$$

Распределение по частотам в нашем случае дается выражением (при вычислениях удобнее пользоваться комплексным представлением):

$$I(\omega) = \left| \int_0^\tau A_0 \exp(\omega_0 t) \exp(-i\omega t) dt \right|^2 = \frac{A_0^2}{(\omega - \omega_0)^2} \sin^2 \left[\frac{(\omega - \omega_0)\tau}{2} \right], \quad (2)$$

показывающим, что наше излучение (исследуемый фотон) содержит не одну частоту, а спектр частот с шириной $1/\tau$, что выражает соотношение неопределенностей $\Delta\omega\tau \geq 2\pi$ [1]. Заметим сразу, что соотношение неопределенностей не является продуктом квантовой теории, а имеет место всегда, коль скоро справедливо преобразование Фурье, связывающее временную и частотную картины процесса. Частота связана с энергией постоянным множителем $\hbar$, поэтому наш фотон имеет не строго определенную энергию, а спектр энергий. От квантовой теории в данном случае есть только соотношение между частотой и энергией.

Казалось бы мы совместили классический и квантовый подходы и в данном случае работаем исключительно с квантовой теорией. Для вычисления энергии волнового рассмотренного пакета необходимо взять выражение для объемной плотности энергии электромагнитного поля с использованием напряженностей электрического и магнитного полей и проинтегрировать по объему. В действительности, во-первых, указанное интегрирование может быть выполнено только для всего пространства. Импульс ограничен во времени – интегрировать только по пространству без учета ограниченности во времени невозможно. Введение же ограниченного пространства автоматически приводит к квантованию. Во-вторых, напря-

женность, как физическая величина, определяется полем не в данной точке пространства, а распределением поля во всем пространстве [2].

Для точного значения энергии наш фотон должен существовать бесконечно долго или, если можно так выразиться, иметь бесконечную длину. Выражение для энергии в виде $E = \hbar\omega$ может быть применено в том случае, если в излучении имеется только одна частота. Любое излучение существует конечное время, поэтому никакой реальный фотон не может иметь точного значения энергии, более того, никакой реальный фотон не может иметь определенного значения энергии. Имеет смысл говорить лишь о наличии среднего значения энергии, характеризуя фотон распределением по энергиям. Данное утверждение в строгом смысле касается любого физического объекта.

Обобщая, можно утверждать, что в строгом смысле мы не должны характеризовать физические объекты энергией (равно как и другими физическими параметрами) как С-числом. Физический объект должен характеризоваться распределением по энергиям, которое имеет среднее значение и прочие моменты. Распределение - есть отражение, характеристика некоторого состояния, в котором находится физический объект, в рассматриваемом случае фотон, который мы в данном случае рассматриваем с позиций классической теории.

Об излучении конечной длины обычно говорят как о волновом пакете, т.е. реальный фотон всегда - волновой пакет, физическое состояние фотона, характеризуемое некоторым распределением. Можно говорить о средней энергии $E = \hbar\omega_0$ (первый момент распределения) и неопределенности энергии $\Delta E \sim 2\pi\hbar/\tau$ (второй момент), которые однозначно связаны с соответствующими разностью энергий атомного перехода и его шириной.

В какой степени применима модель, рассмотренная в данном пункте, т.е. может ли атом излучить строго отрезок синусоиды? Очевидно, нет, поскольку энергетические уровни атома имеют конечную ширину. Поэтому, строго говоря, мы не знаем и не можем знать в принципе что именно (точно) атом излучает. Речь в данном случае может идти только о модели, результаты которой в желаемом приближении соответствуют экспериментальным данным. Заметим, кстати, что при вычислении методами квантовой механики значение энергии энергетического уровня получается в виде $E + i\Delta E$, т.е. значение энергии имеет мнимую составляющую; последний факт требует отдельного анализа. Но если атом имеет комплексное значение энергии перехода, то и энергия фотона в данном представлении должна записываться в комплексной форме!

2. О направлении движения фотонов. Возьмем одно из пособий для студентов, где, в частности, рассматривается атом, на который падает плоская волна (вполне допустимое приближение) от лазерного источника. При этом "атом поглощает направленные вдоль оси Z лазерные фотоны" (Далее вычисляется сила давления света на атом, но нам сейчас важно не это).

Чтобы лучше представить себе возникающую в данном случае проблему, представим себе, что на пути волны непосредственно перед атомом мы поставили диафрагму. Очевидно уже нельзя утверждать, что за диафрагмой фотоны направлены вдоль оси Z. Но ведь диафрагма (идеальная) никак не меняет направления распространения фотонов, она лишь "вырезает" часть светового пучка. Чем же отличаются фотоны, пришедшие к атому при наличии диафрагмы и в ее отсутствие? Ничем. При наличии диафрагмы их просто будет меньше. Следовательно, исходное утверждение из данного пособия не вполне корректно.

Сущность поставленной проблемы заключается опять-таки в принципе неопределенностей. Только в п.1 это соотношение использовалось для пары энергия–время (E, t), а в данном пункте – для пары импульс–координата ($\mathbf{k}, \mathbf{r}$). Под импульсом фотонов мы будем понимать волновой вектор излучения $\mathbf{k}$.

Итак, постановка задачи. В пространстве имеется плоская монохроматическая волна, характеризуемая волновым вектором $\mathbf{k}$. (Плоской она может быть только в случае отсутствия ограничений в направлении, перпендикулярном направлению распространения.) В некоторой точке пространства, характеризуемой радиус-вектором $\mathbf{r}$, расположен атом, который

должен поглотить фотон из заданной плоской волны. Какой импульс получит атом, поглотив один (только один) фотон? Постановка задачи правомерна, причем правомерна именно с позиций классической теории, поскольку принцип Гюйгенса-Френеля относится к классической теории; ситуация может быть реализована экспериментально. Вопрос в данном случае заключается в интерпретации результатов такого эксперимента.

Соотношение неопределенностей в данном случае связывает переменные $\mathbf{k}$ и $\mathbf{r}$. Фотон должен быть поглощен в точке локализации атома, т.е. должен иметь определенное значение $\mathbf{r}$ в момент поглощения. Следовательно, в силу принципа неопределенности, значение его импульса полностью неопределено. Но волна монохроматическая, т.е. абсолютное значение $k=|\mathbf{k}|$ однозначно определяется частотой излучения. Неопределенным в данном случае может быть только направление вектора $\mathbf{k}$. Данный вектор имеет произвольное (случайное) направление в пределах сферического угла 2π стерадиан вокруг оси, определяемой вектором $\mathbf{k}$.

3. В ряде учебников встречаются фразы типа: некая величина определяется амплитудой или направлением "колебаний вектора напряженности электрического (магнитного) поля волны".

Попробуем выяснить с точки зрения отдельного фотона, что же и как в нем колеблется. С этой целью обратимся к нашей модели в виде выражения (1). Только если вычисление спектра мы проводили в некоторой фиксированной точке пространства $\mathbf{r}=0$ (фотоны пролетали мимо нас в регистрирующий прибор), то теперь нам надо "проследить" за его движением, т.е. положить $\mathbf{r}=\mathbf{c}t$. Нетрудно видеть, что такая подстановка обращает выражение (1) в константу, что означает, что в самом фотоне ничего не колеблется. Фотон - элементарная частица, обладающая некоторым набором параметров. Каким он родился при излучении, таким он и умрет при поглощении. В процессе распространения никаких изменений (колебаний) в фотоне не происходит, любые изменения могут быть связаны только с взаимодействиями.

4. Каковы должны быть "размеры" фотона, если мы его представляем отрезком синусоиды? Имеет ли вообще смысл ставить вопрос о размерах элементарных частиц?

Как в классической так и в квантовой электродинамике взаимодействие локально. Но это не накладывает никаких ограничений на размеры элементарных частиц. Обычно полагают частицы точечными, т.е. задают их в виде дельта-функций (точечной можно задать частицу также и в $\mathbf{k}$ -пространстве). Это также может привести к недоразумениям. Действительно, если вычислить при этом плотность массы частицы, то получится в точке локализации частицы расходящееся выражение, т.е. бесконечность. Но никакого противоречия физическим принципам здесь нет, ведь это значение не является следствием теории, — а нами же было введено как начальное условие! Выбор фотонов с точными значениями энергии означает, что эти фотоны могут быть охарактеризованы с классической точки зрения бесконечно малой напряженностью поля и должны взаимодействовать с атомом бесконечно долго, что, естественно, не отвечает реальности.

Локальность взаимодействия не накладывает ограничений на размеры частиц. Размер частиц - это вопрос выбора начальных условий и удобства представления. Выбор фотона в виде точечной или протяженной (в пределах, определяемых соотношением неопределенностей) частицы в принципе ничего не меняет. Нет никакой разницы, взаимодействуют в данной точке с некоторой вероятностью две точечные частицы, или взаимодействуют в той же точке с той же вероятностью две протяженные частицы. В частности, из вида волновой функции фотона следует, что фотон не может быть локализован в пространственной области, меньшей его длины волны. Таким образом, мы приходим к выводу, что выбор "размеров" фотона - это вопрос нашей интерпретации, а не вопрос теории. Смысл имеет не "размер" фотона, а, например, сечение взаимодействия фотона с атомом и вероятность излучения или поглощения фотона атомом. Поэтому мы имеем право представить фотон в любом удобном для своего сознания виде. Но ставить вопрос о вычислении "структуры" фотона, т.е. пространственного распределения параметров, характеризующих отдельный фотон, смысла не имеет. Взаимодействие фотона с зарядами определяется значениями векторов напряженно-

сти электрического и магнитного полей в данной точке, но последние не определяются значениями волновой функции фотона в той же точке, а определяются значениями ее во всем пространстве [2].

Более логично было бы сопоставлять фотону или иной частице не «размер», а физическое состояние, в котором данная частица находится. Под физическим состоянием в данном случае следует понимать набор чисел (или распределений), характеризующих частицу с указанием, какой параметр определен (или указанием значений неопределенности каждого из параметров).

Квантовая теория

1. Квантование электромагнитного поля - обычно это представление последнего в виде набора фотонов с энергиями $\hbar\omega$. Мы уже видели, что такое представление никаким реальным фотонам не отвечает. Спрашивается, правомерно ли данное представление, и если правомерно, то является ли оно единственным?

Ответ на поставленный вопрос дает принцип суперпозиции. В силу принципа суперпозиции поле может быть представлено в виде любой линейной комбинации полного набора функций. Преобразование Фурье также является линейной операцией. В силу линейности не может быть введена преимущественная комбинация функций, согласно которой и только по которой может быть дано определение фотона. Поле излучения может быть представлено в виде разложения по плоским волнам, по сферическим волнам, в виде набора гармонических колебаний, в виде разложения по когерентным состояниям и т.п. Любое разложение является правомерным, но в силу тех же причин ни одно из разложений не может быть абсолютизировано. В этом смысле определение фотона в рамках линейной оптики не может быть дано однозначно, в значительной степени оно зависит от нашего выбора, от нашего произвола. При любом выборе уравнения квантовой электродинамики дадут правильное описание искомого явления (естественно, при корректном их решении).

2. Если один атом фотон излучил, то поглощает ли другой атом именно этот фотон? Ведь другой атом не может идентично совпадать с атомом, излучившим фотон хотя бы потому, что имеет отличную от первого скорость и, в силу эффекта Доплера, другую частоту электронного перехода (не говоря уже об эффектах отдачи при излучении и поглощении фотонов).

Говорить об идентичности элементарных частиц имеет смысл только в отсутствие взаимодействий. Рассуждать о процессе взаимодействия и что происходит при этом с частицами в рамках квантовой теории смысла не имеет. Мы можем рассматривать только частицы до взаимодействия и после него. В процессе взаимодействия мы имеем уравнения квантовой теории, получив решения которых можем порассуждать и сделать некоторые предположения.

3. Рассмотрим более подробно следующую ситуацию, упомянутую в начале работы: при вычислении методами квантовой механики значения различных энергий (разности энергий какого-либо перехода, энергии взаимодействия и т.п.) получаются в виде $E+i\Delta E$, т.е. вычисляемое значение энергии, как правило, имеет мнимую составляющую [2]. Но физическая величина, согласно правилам квантовой теории, должна быть действительной. Что делать с мнимой частью? Отбросить или взять в качестве искомой модуль величины? – Это уже два способа вычисления. Где гарантия, что правильным не окажется какой-нибудь третий способ вычисления? На каком основании следует выбирать то или иное действие с результатом вычисления?

Чтобы ответить на данный вопрос следует выяснить физический смысл действительной и мнимой частей найденного значения. Мы уже выяснили, что частица или взаимодействующие частицы могут находиться в некоторых квантовых состояниях, и эти квантовые состояния эквивалентны, т.е. выбираются в виде базиса для разложения, но только в линейном случае. Процесс взаимодействия – это в принципе нелинейная операция. Квантовые состояния, в которых находятся взаимодействующие частицы, нам неизвестны.

В теории излучения мнимая часть энергии связывается с обратным временем жизни возбужденного состояния, вводится ширина (неопределенность) энергетического уровня. Причем в качестве искомого значения энергии выбирается действительная часть энергии. Итак, с физическим смыслом мнимой части все ясно, а второй вопрос остается. Достаточно ли обоснован выбор действительной части в качестве искомого значения энергии?

Утверждение о действительности измеряемой физической величины в терминологии квантовых состояний, по-видимому, должно означать следующее. При измерении некоторой физической величины мы имеем (получаем) квантовое состояние, в котором данная величина имеет определенное значение (а все остальные величины имеют ту или иную степень неопределенности). Тогда логически приемлемым будет следующая операция. Пусть в результате вычислений мы получили некоторое значение физической величины $B(x_1, x_2, \dots)$, которое представлено в комплексном виде. Это может означать единственное – мы получили физическую величину B не в том квантовом состоянии (не в том представлении), которое нам необходимо, поскольку мы не можем знать это состояние а priori.

Процедура. Поскольку неопределенность квантовой величины у нас связана с мнимой частью выражения, определяющего данную величину, подберем неопределенности аргументов $x_1, x_2, \dots$ таким образом, чтобы сама величина B стала действительной. Иными словами, процедура заключается в следующем переопределении аргументов:

$$x_k \rightarrow x_k + i\zeta_k \quad (3)$$

и подборе величин ζ_k так, чтобы

$$\text{Im}B(\zeta_k)=0. \quad (4)$$

Для случая одной переменной уравнение (4) однозначно определяет величину ζ , подставляя которую в выражение искомой величины B , находим требуемое действительное значение последней. Данная процедура впервые была использована в работе [3] для вычисления энергии индуцированного излучением межмолекулярного взаимодействия.

Описанной процедурой удобно пользоваться, если известна зависимость искомой величины от некоторых параметров. Рассмотрим случай, когда зависимость некоторой величины от параметров неизвестна. Например, энергия некоторого перехода в атоме задана в виде $E+i\Delta E$. В этом случае мы будем говорить о получении оценки требуемого значения энергии.

Запишем комбинацию энергии с дополнительной к ней переменной – со временем в виде:

$$(E+i\Delta E)t \quad (5)$$

Выполним переопределение времени, т.е. введем неопределенность времени τ :

$$t \rightarrow t + i\tau \quad (6)$$

Выражение (5) принимает вид:

$$(E+i\Delta E)(t+i\tau) = Et - \Delta E\tau + i(E\tau + \Delta Et) \quad (7)$$

Составим уравнение (4):

$$(E\tau + \Delta Et) = 0 \quad (8)$$

Получаем:

$$\tau = \frac{\Delta Et}{E} \quad (9)$$

Подставляя в (7), находим:

$$\left(E - \frac{(\Delta E)^2}{E} \right) t \quad (10)$$

Таким образом, искомое значение энергии есть

$$E - \frac{(\Delta E)^2}{E}. \quad (11)$$

Как нетрудно видеть, полученное значение энергии (в представлении с определенной энергией) отличается от действительной части выражения (5). Можно считать, что мы получили более близкое к истине значение энергии. (В качестве аналогии желательно вспомнить различие между собственной и резонансной частотами в теории затухающих колебаний).

Выводы

1. Соотношение неопределенностей Гейзенберга в традиционной формулировке в действительности является продуктом не квантовой, а классической теории. В классической теории из связи частотной (энергетической) и временной картин посредством преобразования Фурье следует, что для полной (строгой) характеристики физического объекта необходимо пользоваться не числами, а распределениями. При увеличении размеров частиц, т.е. при переходе к макроскопическим объектам, соответствующие распределения стремятся к δ -функциям. Для оптических импульсов переход к макроскопическому пределу невозможен. Оптический импульс должен характеризоваться комбинацией распределений во временной и частотной областях.

2. Неопределенность некоторого параметра в квантовой теории следует связывать с мнимой частью описывающего данный параметр выражения. Причем распределения данного параметра, как это имеет место в классической теории, мы знать не можем. Следует полагать, что данного распределения в полученном квантовом состоянии частицы не существует. Частица в общем случае должна характеризоваться квантовым состоянием, характеризуемым набором параметров и их неопределенностей, т.е. набором комплексных значений параметров, из которых только один может быть действительным. Для перехода к другому квантовому состоянию необходимо изменить мнимые составляющие "ненужных" параметров. При наличии взаимодействия квантовые состояния не эквивалентны.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 3. Квантовая механика. Нерелятивистская теория.- М.: Наука, 1989.- 768 с.
2. Берестецкий И.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Теоретическая физика. Т. 4. Квантовая электродинамика.- М.: Наука, 1989.- 728 с.
3. Бразовский В.Е., Орлов А.Н. Аномальный светоиндуцированный дрейф // Известия АН (Россия). Серия физическая. 1992. Т. 56, в. 8. С. 47-57.