

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАЗДЕЛЕНИЯ
НИЗКОКОНЦЕНТРИРОВАННОЙ СУСПЕНЗИИ
НА ЛАБОРАТОРНОЙ ЦЕНТРИФУГЕ**

Павлова Н.В., Спиридонов Ф.Ф., Светлов С.А.

Бийский технологический институт, Бийск

Аннотация

В работе описаны возможности ЭВМ в процессе математического моделирования процессов центробежного разделения суспензий. Рассмотрена задача нахождения траекторий движения частиц твердой фазы. Составлена и решена система уравнений, определяющих движение твердых частиц в потоке жидкости. Проведена проверка адекватности разработанной модели. Проанализированы способы прогнозирования эффективности разделения на лабораторной центрифуге. Данная работа будет полезна студентам технологических специальностей вузов по дисциплине «Процессы и аппараты химических производств».

В современном машиностроении все чаще возникает необходимость в полной очистке жидкости от загрязняющих частиц. Исследования отечественных и зарубежных ученых показали, что эффективным способом разделения низкоконцентрированной тонкодисперсной суспензии является центробежный способ.

Процессы разделения суспензий в центрифугах отличаются большой сложностью, обусловленной технологическими и конструктивными параметрами центрифуг. Выбор оптимальных размеров центрифуг и установок, работающих на их основе, является сложной и трудоемкой математической задачей. К тому же наиболее часто информацию о протекании процесса центробежного разделения большинство авторов получают непосредственно путем физических экспериментов, которые затруднены и несовершенны. Поэтому на этапе проектирования технологического оборудования незаменим численный эксперимент.

По результатам проведенных исследований по разделению суспензий в цилиндрической осадительной центрифуге и в центрифуге с биконическим ротором лучшую эффективность разделения низкоконцентрированных суспензий при относительно высокой производительности по фугату имеет центрифуга с биконическим ротором [1]. Разработана, изготовлена и испытана центрифуга для особотонкой очистки жидкости при непрерывной подаче суспензии. На рисунке 1 представлена схема конструкции ротора лабораторной центрифуги.

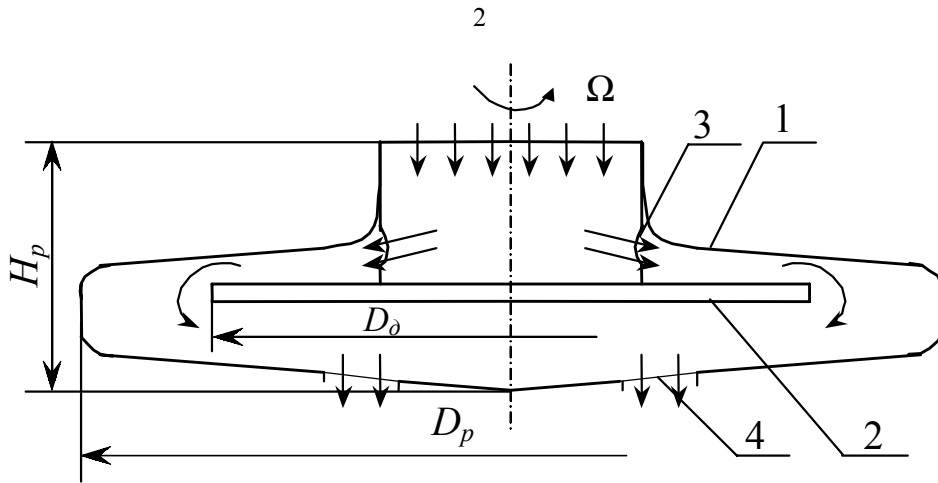


Рис. 1. Схема лабораторной центрифуги.
 1 – ротор; 2 – диск; 3 – входное отверстие; 4 – сливное отверстие.

При описании движения жидкости в роторе, исходя из сложности решения системы уравнений неразрывности потока и гидродинамических уравнений, в качестве основных зависимых переменных введены напряженность вихря и функции тока.

Решение исследуемой системы уравнений осуществлялось конечно-разностным методом [2], т.е. выбиралось конечное число точек, распределенных в соответствии с некоторой закономерностью в поле течения и представляющих собой узлы сетки. Значения переменных рассчитывались в этих узлах, а в промежуточных точках находились интерполяцией.

Для оценки влияния основных сил на движение частиц твердой фазы рассмотрена суспензия, подвергающаяся центробежному разделению во вращающейся полости ротора центрифуги, и содержащая сферические частицы диаметром d_q и плотностью ρ_q . Концентрация частиц предполагается достаточно малой, чтобы можно было пренебречь их влиянием на поле скоростей около препятствия. Предполагается, что твердые частицы не взаимодействуют в процессе движения между собой и со стенками канала, что соответствует случаю разбавленных дисперсных систем, поэтому испытываемое частицами сопротивление со стороны жидкости может быть рассчитано по формуле Стокса [3]. Кроме этого, имея в виду, что поле скоростей реальной жидкости во вращающихся полостях, как правило, не поддается строгому анализу, при его расчете предполагается, что исследуемая жидкость несжимаемая. Тогда, если пренебречь влиянием на процесс осаждения кориолисовых сил инерции, можно ограничиться анализом поведения потока суспензии в меридиональной (осевой) плоскости. Влияние силы тяжести и силы Архимеда предполагается незначительным.

Таким образом, описание движения частиц в потоке жидкости, вращающейся в роторе центрифуги, на основе принятых допущений представлено следующим образом:

$$m_q \frac{dw_q}{dt} = F_C, \quad m_q \frac{dv_q}{dt} = F_C + F_u, \quad (1)$$

где F_C - сила сопротивления среды, Н; F_u - сила инерции, Н; m_q - масса частицы, кг; w_q, v_q - горизонтальная и вертикальная составляющие скорости частицы, соответственно, м/с; t - время, с.

Проекции силы F_C сопротивления среды соответственно на оси z и r составят:

$$F_{Cz} = \frac{1}{2} \rho (\Delta w)^2 \xi \frac{\pi d_q^2}{4}, \quad F_{Cr} = \frac{1}{2} \rho (\Delta v)^2 \xi \frac{\pi d_q^2}{4}, \quad (2)$$

где ρ - плотность жидкости (кг/м³); $\Delta w = w - w_q$, $\Delta v = v - v_q$ - разности продольных и поперечных компонент скорости жидкой и дисперсной фаз (м/с); ξ - коэффициент сопротивления.

Сила инерции (центробежная) находится по формуле:

$$F_u = m_q \Omega^2 r. \quad (3)$$

где Ω - угловая скорость (рад/с); r - радиус траектории частицы (м).

Поскольку закон Стокса устанавливает зависимость вязкого сопротивления жидкой среды в случае ламинарного обтекания одиночной сферической частицы, применим его для определения коэффициента гидравлического сопротивления:

$$\xi = \frac{24}{\text{Re}} \quad (4)$$

где $\text{Re} = \frac{\rho \cdot \Delta q \cdot d}{\mu}$ - характерное число Рейнольдса, вычисленное по разности скоростей;

$m_q = \rho_q V_q$, $V_q = \frac{1}{6} \pi d_q^3$, d_q - диаметр одиночной частицы; V_q и m_q - ее объем и масса соответственно.

Окончательно движение частиц с дополнением их кинетических соотношений представлено в виде следующей системы уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \frac{dw_q}{dt} = w - w_q, \\ S \left(\frac{dv_q}{dt} - \Omega^2 r \right) = v - v_q, \\ \frac{dz}{dt} = w_q, \\ \frac{dr}{dt} = v_q \end{array} \right. \quad (5)$$

где S - число Стокса, $S = \frac{\rho_q \cdot d_q^2}{18\mu}$ (с); ρ_q - плотность частицы (кг/м³); μ - вязкость жидкости

(Па·с).

Строгое аналитическое решение системы (5) нелинейных уравнений второго порядка действительно вызывает определенные трудности, поэтому для численного расчета траекторий принято допущение о постоянстве локальных величин v и w , рассчитывается средняя скорость жидкости в каждой ячейке.

Экспериментальное и численное исследование движения частиц в представленных роторах центрифуг проводилось на примере разделения низкоконцентрированной водной суспензии микрокристаллической целлюлозы, содержащей твердые частицы плотностью 1550 кг/м^3 .

Решение системы уравнений (5) движения твердых частиц в центробежном поле центрифуги осуществлялось одношаговым методом Гира. Скорость жидкости определялась по результатам численного нахождения профиля скоростей в центрифуге. Скорость частиц на входе в ротор центрифуги принималась равной скорости жидкости, что для частиц малого диаметра вполне оправдано. При решении уравнений определялась минимальная подача суспензии в ротор, при которой все частицы осаждались.

Результаты численного решения системы (5) по нахождению траекторий движения частиц при исследовании течения суспензии в биконическом роторе центрифуги представлены на рисунке 2.

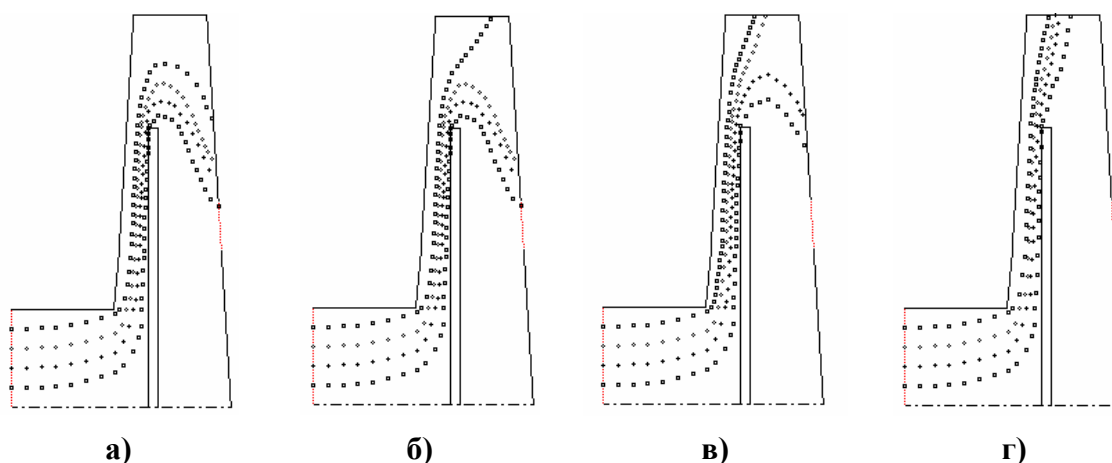


Рисунок 2. Траектории движения частиц диаметром 25 мкм в центрифуге с биконическим ротором. Расход Q , л/с: а) 2,5; б) 1,9; в) 1,25; г) 0,63.

Математическое моделирование технологического процесса предполагает последующее сравнение результатов математического описания изучаемого процесса с экспериментальными данными. В свою очередь экспериментальные данные получают при исследовании процесса, в том числе его закономерностей, на моделях, геометрически подобных производственным установкам, и в которых реализуются процессы, подобные происходящим в реальных производственных условиях. Такая схема изучения технологического процесса является оптимальной и вполне реализуемой.

Как известно, не следует стремиться к полной идентификации результатов численных расчетов и натуральных экспериментов. Такой итог можно считать справедливым лишь тогда, когда используемые физико-математические модели в максимальной степени соответствуют реальному процессу и построены без каких-либо допущений.

Известно, что разделение суспензий в большей степени зависит от степени дисперсности их твердой фазы. Монодисперсные суспензии встречаются весьма редко, в связи с чем часто необходимо учитывать характер распределения частиц по их размерам. Для сравнения результатов численных и натуральных исследований рассмотрена суспензия с полидисперсным составом, и найдена зависимость относительной доли частиц в фугате от частоты вращения ротора.

Допущения, в рамках которых проводится исследование, таковы:

- эффективная вязкость μ и плотность ρ постоянны;
- сила гравитации и сила Архимеда пренебрежимо малы;
- концентрация частиц мала;
- частицы твердой фазы в роторе не слипаются и не дробятся;
- частицы твердой фазы имеют форму, близкую к сферической.

Относительные доли частиц в фугате $C_f/C_{исх}$ при различных частотах вращения ротора n , полученные в результате численного и натурального экспериментов по разделению суспензии МКЦ, представлены на рисунке 3.

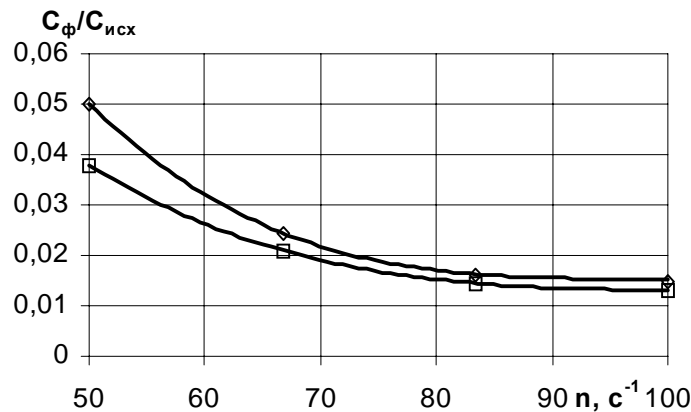


Рис. 3. Зависимость относительной доли $C_f/C_{исх}$ частиц суспензии МКЦ в фугате от частоты вращения n (c^{-1}) ротора; $Q=19 \cdot 10^{-6}$ m^3/c ;
 ○ – результаты натурального эксперимента; □ – результаты численных решений

Можно заключить, что результаты численных экспериментов весьма близки с данными, полученными из натуральных экспериментов, и имеют удовлетворительную сходимость. Поэтому данная математическая модель в дальнейшем использована для исследования разделения суспензий в центрифуге с биконическим ротором и прогнозирования оптимальных условий работы центрифуг подобного типа.

Особой задачей моделирования процесса разделения является подбор оптимальных технологических параметров для обеспечения эффективной работы центрифуги. При выполнении требований, предъявляемых к качеству разделения суспензии, значительное внимание следует уделить двум основным характеристикам: расходу суспензии и частоте вращения ротора центрифуги. Поэтому на основе проведенных исследований и полученных данных для случая действия закона Стокса при определении относительной доли частиц в фугате, а также технологических параметров процесса, составлена номограмма, представленная на рис. 4.

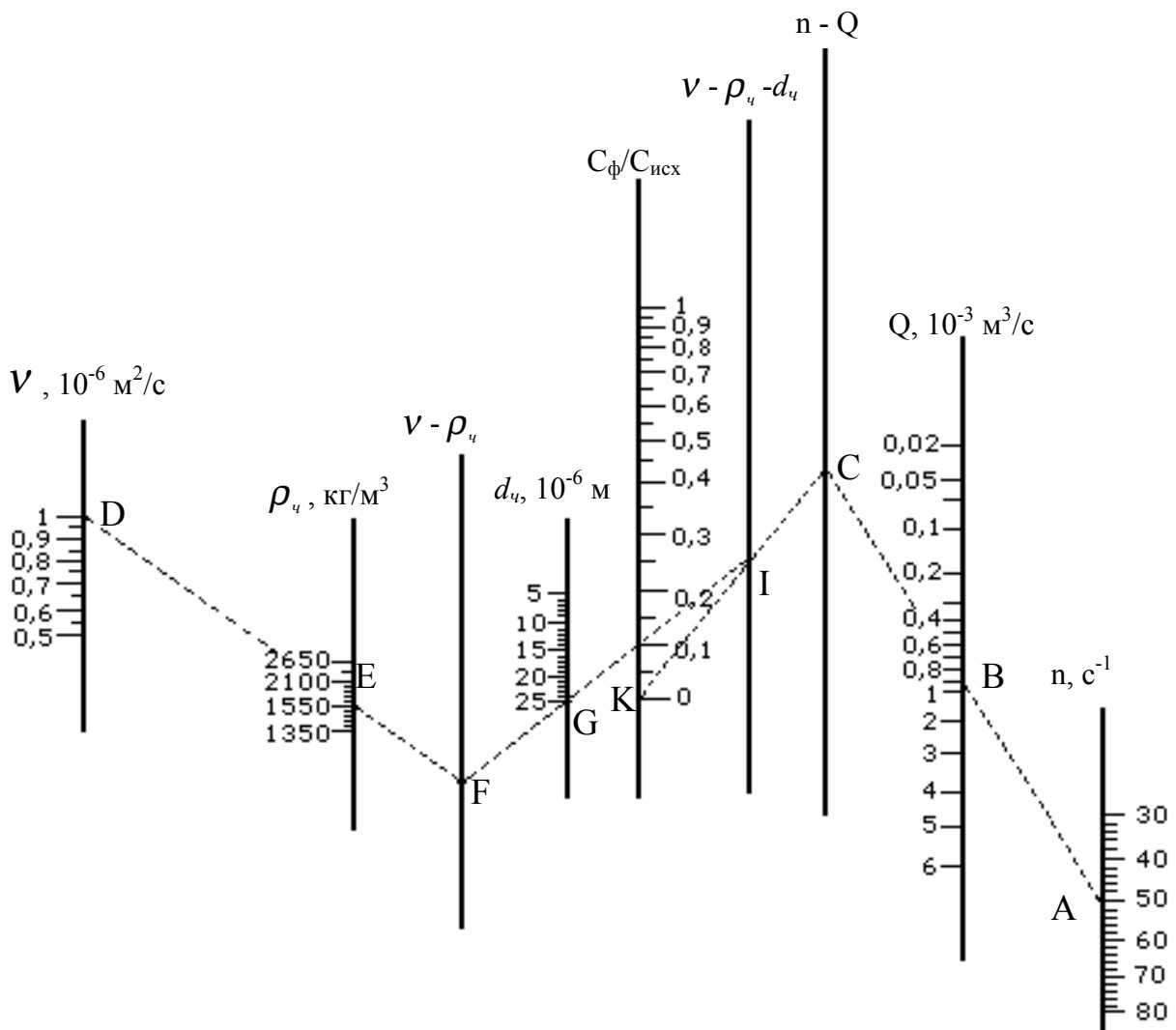


Рис. 4. Номограмма для определения относительной доли частиц в фугате

Описание номограммы. Для определения относительной доли частиц заданного диаметра, выходящих в фугат, значение частоты вращения ротора центрифуги фиксируется на шкале n . Например, точка А соответствует значению частоты вращения ротора центрифуги $n = 50 \text{ с}^{-1}$. Значение расхода суспензии фиксируется на шкале Q . Например, точка В соот-

ветствует значению расхода суспензии $Q = 0,95 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$. Далее через фиксированные точки А и В проводится прямая, которая пересекает вспомогательную шкалу n - Q в точке С. Затем на шкале V фиксируется значение кинематической вязкости жидкой фазы и на шкале $\rho_{\text{ч}}$ - значение плотности частиц твердой фазы, то есть точка D соответствует значению $V = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$, точка E – значению $\rho_{\text{ч}} = 1550 \text{ кг}/\text{м}^3$. Проведенная через точки D и E прямая пересекает вспомогательную линию $V - \rho_{\text{ч}}$ в точке F. Далее через найденную точку F и точку G, соответствующую значению диаметра частиц твердой фазы, которые необходимо осадить, проводится прямая до пересечения со вспомогательной линией $V - \rho_{\text{ч}} - d_{\text{ч}}$ (точка I). Чтобы определить относительную долю частиц, выходящих в фугат, необходимо провести через точки С и I прямую, которая пересечет шкалу $C_{\text{ф}}/C_{\text{исх}}$ в искомой точке К.

Подобным образом с помощью данной номограммы можно определить диаметр частиц твердой фазы, полностью осаждающихся при заданных конкретных условиях. Для этого значение на шкале $C_{\text{ф}}/C_{\text{исх}}$ необходимо принять равным нулю.

Таким образом, результаты теоретических исследований, алгоритмы, расчетные соотношения и разработанный комплекс программ могут быть использованы для быстрого, качественного и наглядного моделирования процесса центробежного разделения низкоконтрированных суспензий и выделения частиц твердой фазы. Также данная математическая модель может быть использована для прогнозирования изменения рабочих характеристик центрифуги в период ее работы. Практическое применение результатов позволит уменьшить количество натуральных экспериментов при проектировании промышленной центрифуги.

Список литературы

1. Волков Ю.П., Светлов С.А. // ЖПХ. – 2001. – Т.74 – №11. – С.1812-1814.
2. Госмен А.Д., Пан В.М., Ранчел А.К., Сполдинг Д.Б., Вольфштейн М. Численные методы исследования течений вязкой жидкости.//пер.с англ. В.А. Хохрякова под ред. Г.А. Тирского. – М.: Мир, 1972. – 324 с.
3. Семенов Е.В., Карамзин В.А. Моделирование кинетики осаждения частиц во вращающихся потоках жидкости // Теор. основы хим. технологий. 1988 Т. 22. №4. С. 518-521.