

## **Особенности моделирования динамического поведения элементов гусеничного движителя с резинометаллическими шарнирами**

Ковалев В.В.

Барнаульский юридический институт МВД России, г. Барнаул

В настоящей работе рассматриваются особенности математического моделирования динамического поведения элементов гусеничного движителя, связанные с внедрением в шарнирное соединение траков резиновых элементов. Математическая модель гусеничного движителя базируется на системе дифференциально-алгебраических уравнений, описывающей как вязкоупругие, так и кинематические связи между элементами.

Создание эффективных методов проектирования гусеничных движителей с учетом снижения динамической нагруженности является актуальной задачей. В настоящее время возрастает роль оптимизационных расчетов в проектной инженерной практике. Связано это с совершенствованием компьютерной техники, которая позволяет на современном этапе рассматривать проектные задачи большой размерности, более сложные математические модели, наиболее полно описывающие реальные объекты и процессы.

Одним из наиболее нагруженных элементов гусеничного движителя является шарнирное соединение траков. Конструктивно шарнирное соединение в звенчатых гусеничных движителях выполняется в виде металлического или резинометаллического шарнира. Соединение металлическим шарниром с конструктивной точки зрения является самым простым, что предопределяет хорошую технологичность и сравнительно низкую стоимость изготовления. Однако простое шарнирное соединение обладает низким ресурсом. Вследствие интенсивного абразивного износа происходит увеличение зазоров в шарнирном соединении, что приводит к увеличению шага гусеницы, нарушению контакта звеньев с ведущим колесом, росту динамической нагруженности деталей гусеничного движителя.

Применение резинометаллического соединения исключает попадание абразивных частиц к трущимся поверхностям и существенно снижает динамическую нагруженность деталей (за счет вязкоупругих параметров резиновых элементов). Все это в целом увеличивает ресурс гусеничного движителя.

Моделирование динамического поведения элементов гусеничного движителя рассматривалось многими авторами [1-4]. Гусеничный движитель с резинометаллическими соединениями траков представляют сложную механическую систему, включающую большое количество элементов, имеющих между собой как вязкоупругие, так и кинематические связи (голономные и неголономные). При исследовании колебательных процессов, происходящих в гусеничном движителе, обычно рассматривается плоская система. Практически во всех математических моделях шарнирное

соединение трактов заменяется невесомым упругим элементом (рис. 1) , характеризующимся коэффициентами радиальной и угловой жесткости ( $K$  и  $K_\phi$ ), а также коэффициентами радиального и углового демпфирования ( $C$  и  $C_\phi$ ). Однако такая модель не учитывает массу и момент инерции арматуры пальца РМШ, которая составляет порядка 15-20% от массы звена. Это может оказать существенное влияние на достоверность моделирования колебательных процессов. Кроме того, резиновые элементы разных проушин имеют отличные друг от друга вязкоупругие параметры (рис. 2).

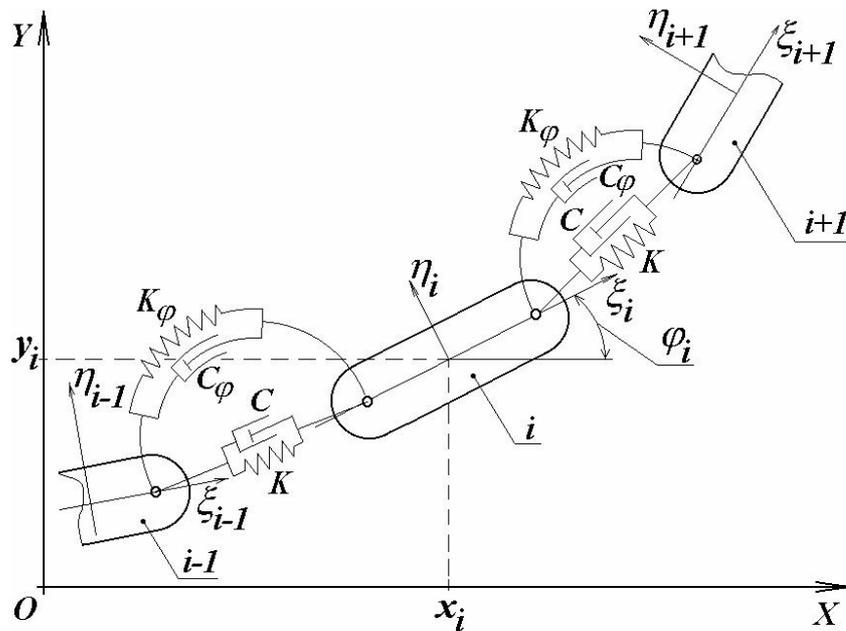
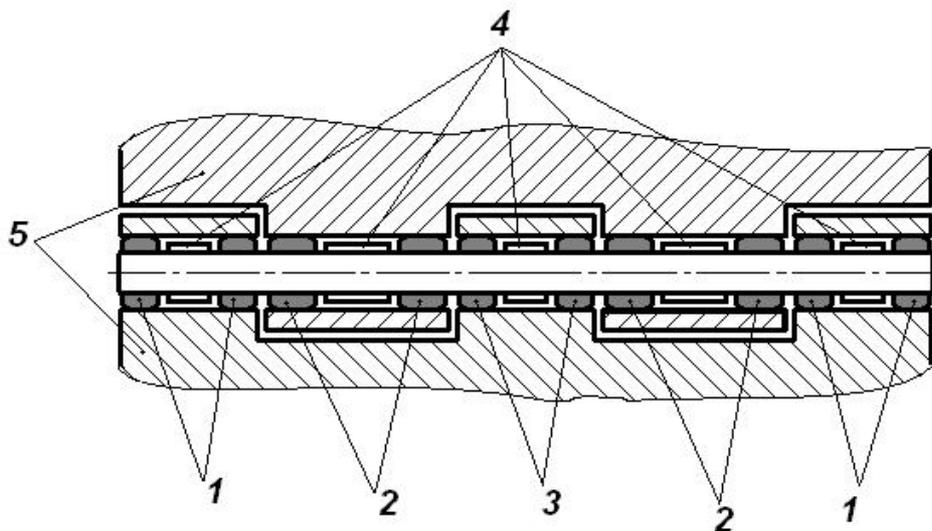


Рис. 1. Фрагмент плоской модели гусеничной цепи с вязкоупругими связями



1 – резиновые элементы крайних тройных проушин, 2 - резиновые элементы двойных проушин, 3 - резиновые элементы центральной проушины, 4 – ограничители, 5 – смежные звенья

Рис. 2. Соединение трактов резинометаллическим шарниром с ограничителями

В общем случае при вторичном нагружении радиальной силой и крутящим моментом смежные звенья имеют различные значения радиальных и угловых смещений по отношению к РМШ (рис. 3). Это в конечном итоге предопределяет различную нагруженность резиновых элементов шарнирного соединения. Это, в конечном итоге, предопределяет неравномерность износа резиновых элементов шарнира, что подтверждается ресурсными испытаниями.

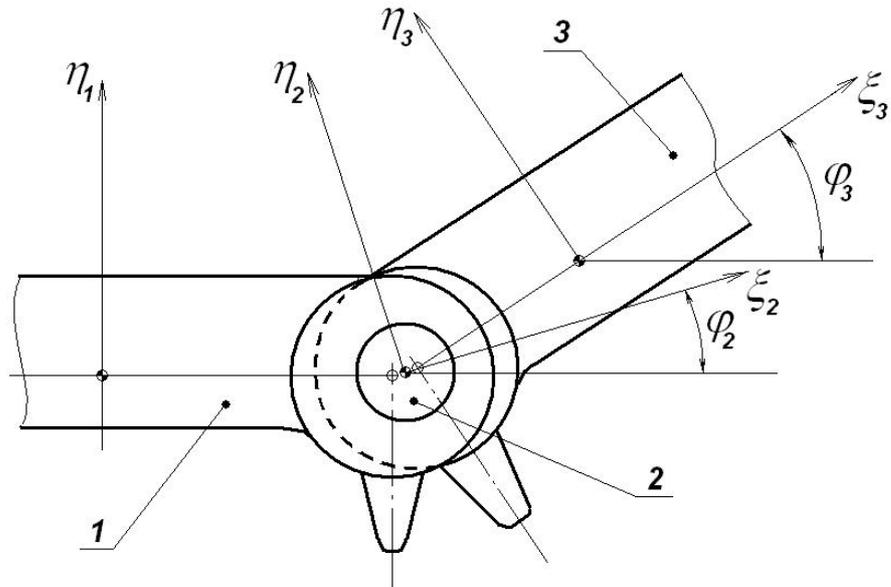


Рис. 3. Радиальное и угловое смещение смежных звеньев при вторичном нагружении

В настоящей работе предлагается математическая модель гусеничного движителя, учитывающая массу и момент инерции арматуры шарнира, а также разные значения жесткости и демпфирования резиновых элементов.

Для описания состояния плоской системы введем обобщенные координаты, отражающие положение каждого элемента в глобальной системе координат  $XOY$ . На рис. 4 приводится фрагмент плоской модели гусеничного движителя, описывающий резинометаллическое соединение звеньев. Для каждого тела вводится локальная система координат  $\xi_i O_i \eta_i$ , центр которой совпадает с центром масс тела. Положение любого элемента в системе определяется координатами его центра масс  $(x_i, y_i)$  и углом поворота локальной системы координат элемента относительно глобальной  $(\varphi_i)$ . Таким образом, в качестве обобщенных координат принимаем для каждого тела вектор

$$q_i = [x_i, y_i, \varphi_i]^T. \quad (1)$$

Связь между элементами гусеничного движителя реализуется в виде упругих, вязкоупругих соединений или абсолютно жесткого контакта. Моделирование кинематических связей (связь между траками и ведущим колесом и направляющим колесами, между траками и опорными катками) рассмотрено в работах [2,4].

Резинометаллический шарнир рассмотрен в виде отдельной массы ( $i$  элемент), связанной с сопрягаемыми звеньями ( $i-1$  и  $i+1$  элементы) упругими и демпфирующими связями (рис. 4). Жесткостные и демпфирующие параметры резиновых элементов двойных и тройных проушин характеризуются коэффициентами радиальной и угловой жесткости ( $K_1, K_2, K_{\varphi 1}$  и  $K_{\varphi 2}$ ), а также коэффициентами радиального и углового демпфирования ( $C_1, C_2, C_{\varphi 1}$  и  $C_{\varphi 2}$ ).

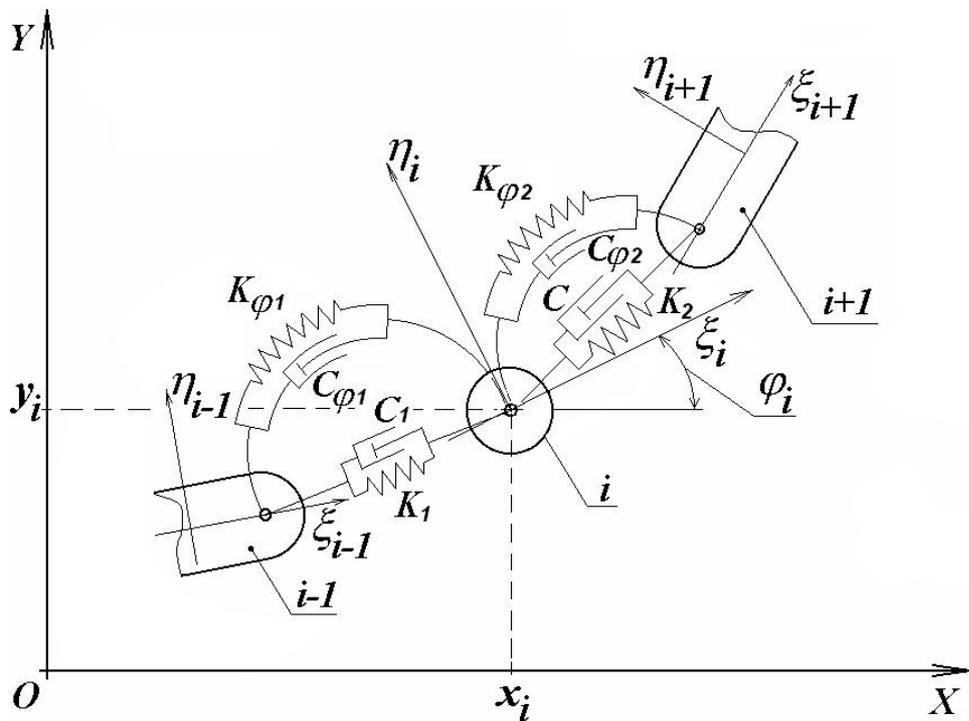


Рис. 4. Фрагмент плоской модели гусеничной цепи с учетом параметров шарнирного соединения

Уравнения силовых связей между шарниром и звеньями запишутся в виде:

$$\begin{aligned}
 F_{i-1,1}^x &= k_1 (x_i - x_{i-1} - \xi_{i-1,i}^{i-1} \cos \varphi_{i-1}) + \\
 &\quad + c_1 (\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1} + \xi_{i-1,i}^i \dot{\varphi}_{i-1} \sin \varphi_{i-1}), \\
 F_{i-1,1}^y &= k_1 (y_i - y_{i-1} - \xi_{i-1,i}^{i-1} \sin \varphi_{i-1}) + \\
 &\quad + c_1 (\dot{y}_i - \dot{y}_{i-1} - \xi_{i-1,i}^{i-1} \dot{\varphi}_{i-1} \cos \varphi_{i-1}).
 \end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
F_{i,i+1}^x &= k_2 (x_i - x_{i+1} - \xi_{i,i+1}^{i+1} \cos \varphi_{i+1}) + \\
&\quad + c_2 (\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1} + \xi_{i,i+1}^{i+1} \dot{\varphi}_{i+1} \sin \varphi_{i+1}), \\
F_{i-1,i}^y &= k_2 (y_i - y_{i-1} - \xi_{i,i+1}^{i+1} \sin \varphi_{i+1}) + \\
&\quad + c_2 (\dot{y}_i - \dot{y}_{i+1} - \xi_{i,i+1}^{i+1} \dot{\varphi}_{i+1} \cos \varphi_{i+1}).
\end{aligned} \tag{3}$$

Вариационная форма уравнений Лагранжа для систем с голономными связями записывается в виде [5]

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum \lambda_k \frac{\partial f_k}{\partial q_i}, \quad (i = 1, 2, \dots, 3n), \tag{4}$$

где  $T$  - кинетическая энергия системы;

$Q_i$  - обобщенные силы, действующие на  $i$ -ый элемент;

$\lambda_k$  - неопределенные множители Лагранжа;

$n$  - число элементов системы.

Кинетическая энергия отдельного элемента определяется соотношением

$$T_i = \frac{1}{2} m_i (\dot{x}_i^2 + \dot{y}_i^2) + \frac{1}{2} J_i \dot{\varphi}_i^2,$$

а обобщенные силы, действующие на  $i$ -ый элемент

$$Q_i^x = \sum F_{ij}^x,$$

$$Q_i^y = \sum F_{ij}^y,$$

$$\begin{aligned}
Q_i^\varphi &= \sum (\xi_{i-1,i}^i \cos \varphi_i F_{i-1,i}^y - \xi_{i-1,i}^i \sin \varphi_i F_{i-1,i}^x + \xi_{i,i+1}^i \cos \varphi_i F_{i,i+1}^y - \\
&\quad - \xi_{i,i+1}^i \sin \varphi_i F_{i,i+1}^x)
\end{aligned} \tag{5}$$

Приведенная система дополняется алгебраическими уравнениями кинематических голономных связей [2].

Конкретный вид уравнений составляющих систему (4) зависит от типа элемента, наличия ограничений и количества связей с другими элементами. Рассмотрим уравнения описывающие движение звеньев гусеничной цепи. Имея три степени свободы для каждого звена можно записать

$$\begin{aligned}
m_i \ddot{x}_i &= k_2 x_{i-1} - (k_2 + k_1) x_i + k_1 x_{i+1} - (k_2 \xi_{i-1,i}^i + k_1 \xi_{i,i+1}^i) \cos \varphi_i + \\
&\quad + c_2 \dot{x}_{i-1} - (c_2 + c_1) \dot{x}_i + c_1 \dot{x}_{i+1} + (c_2 \xi_{i-1,i}^i + c_1 \xi_{i,i+1}^i) \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i + \\
&\quad + P_x(t);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_i \ddot{y}_i &= k_2 y_{i-1} - (k_2 + k_1) y_i + k_1 y_{i+1} - (k_2 \xi_{i-1,i}^i + k_1 \xi_{i,i+1}^i) \sin \varphi_i + \\
&\quad + c_2 \dot{y}_{i-1} - (c_2 + c_1) \dot{y}_i + c_1 \dot{y}_{i+1} - (c_2 \xi_{i-1,i}^i + c_1 \xi_{i,i+1}^i) \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i + \\
&\quad + P_y(t);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
J_i \ddot{\varphi}_i = & \xi_{i-1,i}^i \cos \varphi_i [k_2 (y_{i-1} - y_i - \xi_{i-1,i}^i \sin \varphi_i) + c_2 (\dot{y}_{i-1} - \dot{y}_i - \\
& - \xi_{i-1,i}^i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i)] - \xi_{i-1,i}^i \sin \varphi_i [k_2 (x_{i-1} - x_i - \xi_{i-1,i}^i \cos \varphi_i) + \\
& + c_2 (\dot{x}_{i-1} - \dot{x}_i + \xi_{i-1,i}^i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i)] - \xi_{i,i+1}^i \cos \varphi_i [k_1 (y_i - y_{i+1} + \xi_{i,i+1}^i \sin \varphi_i) + \\
& + c_1 (\dot{y}_i - \dot{y}_{i+1} + \xi_{i,i+1}^i \dot{\varphi}_i \cos \varphi_i)] + \xi_{i,i+1}^i \sin \varphi_i [k_1 (x_i - x_{i+1} + \\
& + \xi_{i,i+1}^i \cos \varphi_i) + c_1 (\dot{x}_i - \dot{x}_{i+1} - \xi_{i,i+1}^i \dot{\varphi}_i \sin \varphi_i)] + \\
& + k_{\varphi 2} \varphi_{i-1} - (k_{\varphi 2} + k_{\varphi 1}) \varphi_i + k_{\varphi 1} \varphi_{i+1} + c_{\varphi 2} \dot{\varphi}_{i-1} - (c_{\varphi 2} + c_{\varphi 1}) \dot{\varphi}_i + c_{\varphi 1} \dot{\varphi}_{i+1} + \\
& + M(t).
\end{aligned} \tag{6}$$

Для пальцев уравнения динамики запишутся в следующем виде

$$\begin{aligned}
m_i \ddot{x}_i = & k_1 x_{i-1} - (k_1 + k_2) x_i + k_2 x_{i+1} + k_1 \xi_{i-1,i}^{i-1} \cos \varphi_{i-1} + \\
& + k_2 \xi_{i,i+1}^{i+1} \cos \varphi_{i+1} + c_1 \dot{x}_{i-1} - (c_1 + c_2) \dot{x}_i + c_2 \dot{x}_{i+1} - \\
& - c_1 \xi_{i-1,i}^i \dot{\varphi}_{i-1} \sin \varphi_{i-1} + c_1 \xi_{i,i+1}^i \dot{\varphi}_{i+1} \sin \varphi_{i+1} + P_x(t); \\
m_i \ddot{y}_i = & k_1 y_{i-1} - (k_1 + k_2) y_i + k_2 y_{i+1} + k_1 \xi_{i-1,i}^{i-1} \sin \varphi_{i-1} + \\
& + k_2 \xi_{i,i+1}^{i+1} \sin \varphi_{i+1} + c_1 \dot{y}_{i-1} - (c_1 + c_2) \dot{y}_i + c_2 \dot{y}_{i+1} + \\
& + c_1 \xi_{i-1,i}^{i-1} \dot{\varphi}_{i-1} \cos \varphi_{i-1} + c_2 \xi_{i,i+1}^{i+1} \dot{\varphi}_{i+1} \cos \varphi_{i+1} + P_y(t); \\
J_i \ddot{\varphi}_i = & k_{\varphi 2} \varphi_{i-1} - (k_{\varphi 2} + k_{\varphi 1}) \varphi_i + k_{\varphi 1} \varphi_{i+1} + c_{\varphi 2} \dot{\varphi}_{i-1} - (c_{\varphi 2} + c_{\varphi 1}) \dot{\varphi}_i + c_{\varphi 1} \dot{\varphi}_{i+1} + \\
& + M(t).
\end{aligned} \tag{7}$$

В приведенных соотношениях  $P_x(t)$ ,  $P_y(t)$  и  $M(t)$  являются соответственно компонентами внешних сил и внешним моментом, действующими на каждый  $i$ -й элемент системы.

Решая полученную систему дифференциально-алгебраических уравнений, получаем значения неизвестных динамических перемещений и скоростей элементов.

Основным результатом данной работы заключается в том, что получены соотношения, дополняющие известные ранее математические модели динамического поведения элементов гусеничного движителя и учитывающие инерционные параметры арматуры шарнирного соединения, а также различие жесткостных и демпфирующих характеристик резиновых элементов для разных проушин траков.

## Литература

1. Платонов В.Ф. Динамика и надежность гусеничного движителя. - М.: Машиностроение, 1973. – С. 232.
2. Дружинин В.А. Моделирование динамического поведения гусеничного движителя трактора // Повышение технического уровня тракторного и сельскохозяйственного машиностроения: Межвуз. сб. Алтайского политехнического ин-та, 1989, с. 36-40.
3. Победин А.В., Кондаков В.Д., Расулумуна Х.М. Исследование динамики ведущего участка гусеницы. // Совершенствование рабочих органов сельхозмашин и агрегатов: Материалы международной науч.-тех. конф. - – Барнаул: Изд.-во АлтГТУ, 1994. - С. 81.
4. Вербиллов А.Ф. Влияние жесткостных параметров резинометаллических соединений звеньев на динамическую нагруженность элементов гусеничного движителя. // Совершенствование систем автомобилей, тракторов и агрегатов: сб. статей. /Под ред. к.т.н., проф. В.А.Дружинина / Академия транспорта РФ, АлтГТУ им. И.И. Ползунова – Барнаул: Изд.-во АлтГТУ, 2000. - с. 15 - 19.
5. Докучаева Е.Н. Динамика задней ветви и ведущей звездочки гусеничного движителя: Сб. науч. тр. / ОНТИ – НАТИ. – М., 1957. – С. 42 – 47.